ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101401330940

Титульный лист

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия СЕРГЕЕВ

Имя АНДРЕЙ

Отчество НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 18 04 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория М415

Телефон 89536841331

Дата 03 02 2025 **Подпись** Сер

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101401330940

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	–	~~20~~ 0 6	0					
Балл члена жюри №2	20	0	–	6	0					

Итоговый балл 23

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Не нарушая общности, возьмем что a ~~-~~ - разряд сотен, b - разряд десятков c - разряд единиц. ($\overline{abc}$ - исходное число)
Заметим, что $a \neq 0$, $b \neq 0$ и $c \neq 0$ т.к. иначе a ~~...~~, ~~...~~ являющееся последним ~~...~~ знаком числа abc, будет $=0$, чего быть не может

тогда рассмотрим следующую запись числа c
$c = a+b+c$, где $a+b=0$ или если $a+b=10$ $c = \frac{a+b+c}{10}$
($a+b$ максимально равно 18 т.к. $a \leq 9$ и $b \leq 9 \Rightarrow a+b \leq 18$)
$a+b=0$ быть не может т.к. $a \neq 0$ и $b \neq 0 \Rightarrow a+b=10$ и $c = \frac{a+b+c}{10}$ +

теперь рассмотрим $b =$ ~~...~~ $ab + c(a+b) = ab + 10c$
(мы не знаем кол-во разрядов данного числа поэтому пока не делим) ~~Заметим, что~~
Заметим, что $10c$ никак не влияет на разряд единиц $\Rightarrow$ можно ~~...~~ $10c$ откинуть и останется $b = ab$ (b = последней цифре числа ab) Рассмотрим все варианты комбинаций ab удовлетвор. данным условиям

$b=1 \Rightarrow a=1$ $b=2 \Rightarrow a \in \{1\ 6\}$ $b=3 \Rightarrow a=1$ $b=4 \Rightarrow a \in \{1,6\}$

$b=5 \Rightarrow a\{1,3,5\ 7\ 9\}$ $b=6 \Rightarrow a=\{1,6\}$ $b=7 \Rightarrow a=1$ $b=8 \Rightarrow a \in \{1\ 6\}$ $b=9 \Rightarrow a=1$

а теперь выберем варианты, в которых $a+b=10$

$\begin{cases} a=6 \\ b=4 \end{cases}$ $\begin{cases} a=5 \\ b=5 \end{cases}$ $\begin{cases} a=1 \\ b=9 \end{cases}$

Анализируем a = последнему числу abc

1) $\begin{matrix} a=6 \\ b=4 \end{matrix} \Rightarrow 24c$ кончается на 6 $\Rightarrow \left[\begin{matrix} c=4 \\ c=9 \end{matrix}\right.$

2) $\begin{matrix} a=5 \\ b=5 \end{matrix} \Rightarrow 25c$ кончается на 5 $\Rightarrow \left[\begin{matrix} c=1 \\ c=3 \\ c=5 \\ c=7 \\ c=9 \end{matrix}\right.$

$\begin{cases} a=1 \\ b=9 \end{cases} \Rightarrow 9c$ кончается на $1 \Rightarrow c=9$

Тогда у нас получаются следующие числа подходящие под условие

~~644~~ ~~649~~ 644, 649, 551, 553, 557, 555, 559, 199

+

№2

Рассмотрим ситуацию в которой невозможно провести 6 раунд. Для этого, надо что бы какой либо участник сыграл со всеми остальными игроками или, что у хотя бы у n игроков, несыгранные партии остались с $n-1$ и менее игроками ($\forall$ для всех n, $n-1$ одни и те же)

1) Всего прошло 5 раундов, т.к. никакие 2 игрока не встречались >1 раза, значит каждый сыграл ровно по 5 партий с 5 разными противниками т.к. 8 человек делили на 4 пары, значит играли все ~~со всеми~~ одновременно $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ никто не мог сыграть со всеми

2) Теперь рассмотрим вариант, что n осталось сыграть с $<n$ кол-вом игроков ~~Ограничение на n~~ $n<5$

Заметим, что чтобы такое случилось, надо чтоб все n человек как минимум сыграли друг с другом. Если у нас $n \geq 6$, то меж собой ~~они~~ ~~то~~ каждый должен сыграть $n-1$ раз как минимум 5 раз $\Rightarrow$ эти 5 раундов оставшиеся будут играть меж собой 5 раз $\Rightarrow$ $n \leq 5$

~~Если $n=5$, то меж собой у них не n игры $\Rightarrow$ нужны хотя бы~~

+

~~т.е. сначала были было n, ~~ос~~ $8-n$ игроков необходимо сыграть меж собой 5 матчей $\Rightarrow$ $8-n$ равно хотя~~

Бланк ответов

~~было 6 => n-2, и тогда не играли эти 2 игроков~~

~~лишь с 1 каждый игравшего быть не могло~~

стоит заметить, что раз каждый сыграл $\geq$ 5 раз, но $n \leq 2$ т.к. ~~если кто-то не играл с n~~ те, кто не играл с n игроками также сыграли 5 матчей, значит они играли с остальными $1+5=6$ => 6 человек хотя бы от 1 => $n \leq 2$. Эти 2 удалены играть против 1 одновременно, но т.к. каждый из них сыграл 5 матчей => 1 уже есть еще раз минимум 1 соперник => тогда этого не могло => 6 раунд будет не будет

~4

Заметим, что x и $y \neq 1$ т.к. иначе возникает ситуация что $\frac{z}{2} = 2+z$ => $z<0$ => противоречие условию

$2^{xy} z = 2^{x+y}(x+y+z)$ => $2^{xy-(x+y)} z = x+y+z$ => $x+y = z(2^{xy-(x+y)}-1)$

~~т.к. $xy \in \mathbb{N}$ => $x+y \in [2, 18]$ => $z \mid (2^{xy-x-y}-1) \in [2, 18]$~~

и т.к. ~~$z \in [1, 9]$~~ => $0 \leq 2^{xy-(x+y)} - 1 \leq x+y$

=> неотрицательно тоже неравны 1 т.к. $2^a < 2^{a+1}$ => z все равно

т.к. x и $y \neq 1$, значит $xy \geq x+y$ (= если $x=y=2$, но тогда $z=4+z$) => $xy > x+y$

исходя из этого разница, ≤ 7 т.к. если взять, что $x+y$ хотя бы 8, тогда т.к. произвед xy из натур чисел от 1 до $8 = 12$ (2, 6) (т.к. $x \neq 1$ и $y \neq 1$) => мин разница $= 12-8=4$ 2^4-16 $16-1=15$

и чем больше $x+y$, тем больше $xy-(x+y)$ и тем $>$ 2в этой степени

$x+y \leq 7$ $\quad x=2$, $y=5$ $\Rightarrow$ $7=(2^{10-7}-1)z \Rightarrow 7=7z \Rightarrow z=1$

потом

пары $x+y\leq 7$ и $x\neq1$ $y\neq1$

2 5	3 3	4 2	5 2	~~6 1~~
~~2 7~~	3 4	4 3		
2 3	3 2	4 2		
2 4				
2 2				

Проверяем 2и5 $\quad 2^{10}z=2^7(7+z)$ $\qquad 8z=7+z \Rightarrow z=1$

2и3 $\quad 2^6z=2^5(5+z)$ $\qquad 2z=5+z \Rightarrow z=5$

2и4 $\quad 2^8z=2^6(6+z)$ $\qquad 4z=6+z$ $\qquad 3z=6 \Rightarrow z=2$

~~2и2~~ 2и2 не подходит (см ранее)

3и3 $\quad 2^9z=2^6(6+z)$ $\qquad 8z=6+z$ $\qquad 7z=6 \Rightarrow z<1 \Rightarrow$ ✗

3и4 $\quad 2^{12}z=2^7(7+z)$ $\qquad 32z=7+z$ $\qquad z<1 \Rightarrow$ ✗

итого

$x=2$ $y=5$ $z=1$
$x=5$ $y=2$ $z=1$
$x=2$ $y=3$ $z=5$
$x=3$ $y=2$ $z=5$
$x=2$ $y=4$ $z=2$ $\quad +$
$x=4$ $y=2$ $z=2$

~5

Заменим выбранные квадраты на ~~черных~~ ладьи, с условием что никакие 2 ладьи не бьют друг друга
каждая ладья бьет 1 горизонталь и 1 вертикаль, всего
у нас 4 горизонтали и 4 вертикали $\Rightarrow$

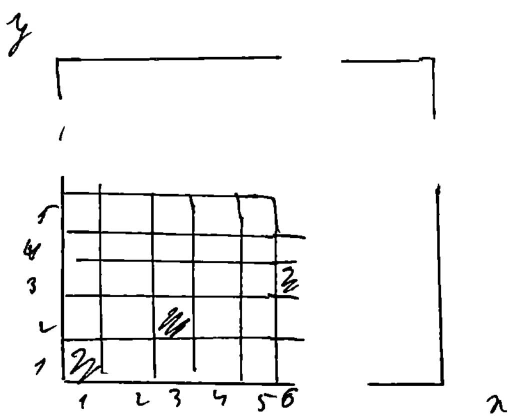
Бланк ответов

ставя площадей осью побочной и ~~два~~ вертик и горизонт (поставив бокально на большую диагональ) условие, что никакие и не стоят на 1 прямой, но узнаем тоже в счет (Если нет то это задача для 5 класса) => диагонали

Прямые это не только диагонали

Если диагонали в счет, то ставим как бы по параболической вер-ке 1×1, 3×2, 6×3 (n [illegible]

y_n



n - арг прогрессия cd=1, y тоже, после окончания n, вложить на 1 выше max y тоже вычисляем еще, начинаем с n=2 и так до когда