



3101722512661

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия БОЧКО

Имя МАКАР

Отчество ТАРАСОВИЧ

Дата рождения 28 11 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория И - 526

Телефон +7 921 - 652 - 94 81

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101722512661

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	20	—					
Балл члена жюри №2	20	20	—	10	—					

Итоговый балл 55 пятьдесят пять

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1/ не уналая общности, пусть а-разряд сотен, в-десятков, с-единиц
 заметим, что раз с-последняя цифра а+в+с, то последняя
 цифра а+в это ноль т.к сумма двух цифр не превышает 18,
 к тому же число трехзначное ($\Rightarrow a \neq 0$), то а+в 10 +

① $a=1 \quad b=9$

тогда abc-9с оканчивается на 1, откуда с-9

(199)
$$\begin{array}{r} 1+9+9 \quad 9 \\ 9+9+1 = 19 \\ 199-81 \end{array}$$
 удов

② $a=2 \quad b=8$

abc-16с и оканчивается на 2

$c=2$

$$282 \quad \begin{array}{r} 2+8+2=12 \\ 16+16+4=36 \end{array} \Rightarrow \text{не угод}$$

$c=7$

$$287 \quad \begin{array}{r} 2+8+7=17 \\ 16+14+56=86 \end{array} \Rightarrow \text{не угод}$$

③ $a=3 \quad b=7$

21с оканчивается на 3

$c=3$

$$373 \quad \begin{array}{r} 3+7+3=13 \\ 21+21+9=51 \end{array} \Rightarrow \text{не угод}$$

④ $a=4 \quad b=6$

24с на 4

$c=1$

$$461 \quad \begin{array}{r} 4+6+1=11 \\ 24+24+6=54 \end{array} \rightarrow \text{не угод}$$

$c=6$

$$466 \quad \begin{array}{r} 4+6+6=16 \\ 24+24+36=84 \end{array} \Rightarrow \text{не угод}$$

⑤ $a=5 \quad b=5$

25с оканчивается на 5

~~551~~ $10+25=35$ 17 ~~не угод~~

$$(551) \quad \begin{array}{r} 5+5+1=11 \\ 25+25+5=55 \\ 551-25 \end{array}$$

~~553~~ $10+25+6=41$ 31 ~~не угод~~

$$(553) \quad \begin{array}{r} 5+5+3=13 \\ 25+25+15=65 \\ 553-75 \end{array}$$

 угод

(555)
$$\begin{array}{r} 5+5+5=15 \\ 25+25+25=75 \\ 555-125 \end{array}$$

 угод

(557)
$$\begin{array}{r} 5+5+7=17 \\ 25+25+35=85 \\ 557-175 \end{array}$$

 угод

(559)
$$\begin{array}{r} 5+5+9=19 \\ 25+25+45=95 \\ 559-225 \end{array}$$

 угод

⑥ $a=6 \quad b=4$

24с оканчивается на 6

$c=4$

$$(644) \quad \begin{array}{r} 6+4+4=14 \\ 24+24+16=64 \\ 644-96 \end{array}$$

 угод

$c=9$

$$(649) \quad \begin{array}{r} 6+4+9=19 \\ 24+24+36=84 \\ 649-216 \end{array}$$

 угод

7) а-7 б-3

21 с на 7

c=7

737 $21+21+49=91$ не уг

8) а-8 б-2

16 с на 8

c=3

c=8

823 $16 \times 6 + 24 = 46$ не уг

828 $16 \times 16 + 64 = 96$ не уг

9) а-9 б-1

9 с на 9

911 $9 \times 9 + 1 = 19$ не уг

Таким образом, ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649 +

52

Да, такое может случиться

разделим эти 8 человек на 2 группы - в одной 3 человека, в другой 5 (группа (1))

теперь пусть в течение первых 5 туров каждый человек из группы (1) играет только с людьми из группы (2)*

так, к шестому туру люди из группы (1) могут играть только друг с другом, но их трое, значит один из них точно будет без пары, и турнир может быть проведен

* а может ли вообще такое быть? приведем пример

пусть для удобства в группе (1) у нас игроки 1, 2, 3 а в группе 2-а, б, в, г, д, е
запись 2-х игроков рядом означает партию между ними

тур 1 1а 2б 3с де
тур 2 1б 2а 3д се
тур 3 1с 2д 3е аб
тур 4 1д 2е 3в ас
тур 5 1е 2с 3а бд

да, первые 5 туров возможно провести так, чтобы игроки из группы (1) играли только с группой (2)

+

54

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$2^{xy} z - 2^{x+y} z = 2^{x+y} (x+y)$$

$$z(2^{xy} - 2^{x+y}) = 2^{x+y} (x+y)$$

сперва проверим $2^{xy} \neq 2^{x+y}$

(*) $xy - x - y$ в натуральных числах решение только 2, 2

но тогда $z = z+4$, что невозможно $\Rightarrow 2^{xy} \neq 2^{x+y} \Rightarrow 2^{xy} - 2^{x+y} \neq 0$

значит имеем право обе части разделить на $2^{xy} - 2^{x+y}$

$$z = \frac{2^{x+y}(x+y)}{2^{xy} - 2^{x+y}} \quad \text{сократим на } 2^{x+y} \text{ тк оно никогда не равно } 0$$

$$z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y} - 1} \in \mathbb{N} \Rightarrow xy - x - y > 0 \quad +$$

теперь заметим еще одну очень важную вещь если $xy - x - y$ отрицательно (равенство 0 см по *), то $2^{xy-x-y} - 1$ тоже отрицательно, но мы находимся на множестве натуральных чисел, а значит $xy > x+y$, что означает, что ни x , ни y единиче равняться не могут +

теперь намереваемся рассматривать не столько сами x и y , сколько их сумму

Заметим, что для натуральных чисел при фиксированной сумме их минимальное произведение достигается, когда одно из чисел равно 2 (в условиях того, что мы доказали $x \neq 1$ и $y \neq 1$)

теперь найдем верхнюю границу $x+y$

если $x+y=8$, то их минимальное произведение равно 12 (опять же, $x \neq 1$ и $y \neq 1$)

$$\text{рассмотрим } z = \frac{8}{2^{12}-1} \notin \mathbb{N}, \text{ значит } x+y \neq 8$$

при этом с ростом этой суммы минимальное значение $xy - x - y$ только возрастает, из всего этого делаем вывод, что $x+y \leq 7$

см с1 страницу

и продолжение

Намечать рассматривать $x+y$ последовательно ($x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N} \Rightarrow x+y \in \mathbb{N}$)

$x+y$ не меньше 4, т.е. $x \neq 1, y \neq 1$

$$x+y=4.$$

$x=y=2$ рассмотрено в * доказано что невозможно

$$x+y=5$$

$$xy=6$$

$$z = \frac{5}{2^{6-5}-1} = 5$$

$$\cancel{(2, 6, 2)} \text{ и } \cancel{(6, 2, 2)}$$

$$(2, 3, 5) \text{ и } (3, 2, 5)$$

$$x+y=6$$

$$\text{если } xy=8$$

$$z = \frac{6}{2^{8-6}-1} = 3 \quad (4, 2, 2) \text{ и } (2, 4, 2)$$

$$\text{если } xy=9$$

$$z = \frac{6}{2^{9-6}-1} \notin \mathbb{N}$$

$$x+y=7$$

$$\text{если } xy=10$$

$$z = \frac{7}{2^{10-7}-1} = 1 \quad (2, 5, 1) \text{ и } \cancel{(5, 2, 1)}$$

$$\text{если } xy=12$$

$$z = \frac{7}{2^{12-7}-1} \notin \mathbb{N}$$

Ответ $(2, 3, 5) (3, 2, 5) \cancel{(4, 2, 2)} \cancel{(2, 4, 2)} (2, 5, 1) (5, 2, 1) (4, 2, 2) (2, 4, 2) +$