



1302863422463

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К А Р И М О В

Имя А М И Р

Отчество И Л Ь Г А М О В И Ч

Дата рождения 1 4 0 6 2 0 0 8

Город участия У Ф А

Аудитория 5 0 1

Телефон 8 9 0 6 3 7 6 3 8 3 8

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302863422463

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия У Ф А

Заполняется организаторами

Количество доп. листов | Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	20	—	0	—					
Балл члена жюри №2	18	20	—	0	—					

Итоговый балл 38

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 Пусть число вычислит abc

Тогда c - цифра в разряде единиц, b - в разряде десятков, a - сотен

Тогда:

$$c = (a + b + c) \% 10, \text{ а это равносильно } (a + b) \% 10 = 0$$

Т.к. a, b - однозначные, то $a + b = 10$

Запишем

$$b = (ab + bc + ca) \% 10$$

$$(c(a+b) + ab) \% 10 = b$$

$$b = (10c + ab) \% 10$$

$b = ab \% 10$, т.к. $10c$ не влияет на последнюю цифру

~~Предположим~~ Перепишем случаи $a \in [1; 9], b \in [0; 9]$

$$1) a = 1, b = 9 \Rightarrow 9 = 9 \% 10 - \text{верно}$$

$$1) a = 9, b = 9 \Rightarrow c = 9$$

Тогда 199 - ~~то~~ подходящее число

2) $a=2, b=8 \quad 8=16\%_{10}$ - неверно

3) $a=3, b=7 \quad 7=21\%_6$ - 10 - нет

4) $a=4, b=6 \quad 6=24\%_{10}$ - нет

5) $a=5, b=5 \quad 5=25\%_{10}$ - ~~нет~~ верно

6) $a=6, b=4 \quad 4=24\%_{16}$ - верно

7) $a=7, b=3 \quad 3=21\%_{10}$ - неверно

8) $a=8, b=2 \quad 2=16\%_{10}$ - неверно

9) $a=9, b=1 \quad 1=9\%_{10}$ - неверно

Из этого следует, что

199, ~~555~~ - не подходит

551, 553, ~~555~~, 557, 559 - подходит

644 - не подходит

Ответ 199, ~~555~~, 551, 553, ~~555~~, 557, 559, 644 и 649 поочередно

Проверка

199

1) $1+9+9=\underline{19}$

2) $1 \ 9 + 9 \ 9 + 9 \ 1 = 9 \ 9$ - подходит

3) $1 \ 9 \ 9 = \underline{81}$

191,

1) ~~1~~ 1 + 9 + 1 = 11

2) 1-9 + 9 1 + 1 ~~1~~ = 9 + 9 + 1 = 19

3) 1 9 1 = ~~999~~ 9 — не подходит

551

1) 5 + 5 + 1 = 11, 2) $5^{25} 5 + 5^5 1 + 1.5 = 35$

3) 5 5 1 = 25

555

1) 5 + 5 + 5 = 15, 2) $5^{25} 5 + 5^{25} 5 + 5^{25} 5 = 75$

3) 5 5 5 = 125

557

1) 5 + 5 + 7 = 17, 2) $5^{25} 5 + 5^{35} 7 + 7^{35} 5 = 95$

3) 5 5 7 = 175

559

1) 5 + 5 + 9 = 19, 2) $5^{25} 5 + 5^{45} 9 + 9^{45} 5 = 1195$

3) $5^{25} 5 9 = 225$

644

1) 6 + ~~6~~ + 4 = 14, 2) $6^{24} 4 + 4^{16} 4 + 6^{24} 4 = 64$

3) $6^{24} 4 4 = 96$ Итого ответов: 199, 551, 553, 555,

557, 559, 644

+

$\forall y$

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

Т.к. $xy > x+y$, при $x > 1$ и $y > 1$ Тогда.

1) $x=1, y=1$

$$2 \cdot z = 4(2+z)$$

$$2z = 8 + 4z$$

$$2z = -8 \Rightarrow z = -4 \quad \emptyset, \text{ т.к. } x, y, z \in \mathbb{N}$$

2) Т.к. выражения симметричны по x и y , пусть наименьшее значение

$y=1$ рассмотрим случай, когда одна переменная — единица

$$2^x z = 2^{x+1} (x+1+z) \mid 2^x$$

$$z = 2x + 2 + 2z$$

$$2x + 2 + z = 0 \quad \emptyset$$

3) $x > 1, y > 1 \Rightarrow xy > x+y$

~~$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$~~

~~Т.к. левое число делится на 2, т.е. в правой части тоже двойка! То~~

~~$x+y+z \cdot 2^k$~~

Новая часть делится на 2^k большую степень двойки, где $x+y+z = 2^k, k \in \mathbb{N}$

~~Тогда пусть $x+y+z = 2^k$
 ир имеет вид
 $2^{xy} z = 2^{x+y} \cdot 2^z$
 $2^{xy} z = 2^{x+y+z}$~~

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

1) Пусть $x+y = z$

$$2^{xy} z = 2^z \quad 2 \geq$$

$$2^{xy} = 2^{x+y+1}$$

$$xy = x+y+1$$

$$(x-1)(y-1) = 2$$

$$x=3 \quad y=2 \Rightarrow z=5$$

$$x=2 \quad y=3 \Rightarrow z=5$$

2) Пусть $x+y = 3z$

$$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} \quad 4z$$

$$y = x+y+2$$

$$(x-1)(y-1) = 3$$

$$x=4 \quad y=2 \Rightarrow z=2$$

$$x=2 \quad y=4 \quad z=2 \quad (\text{не подходит})$$

$$3) x+y = 7z$$

$$2^{xy} = 2^{x+y} \quad 8z$$

$$2^{xy} = 2^{x+y} \quad 8$$

$$2^{xy} = 2^{x+y+3}$$

$$xy = x+y+3$$

$$(x-1)(y-1) = 4$$

$$x=5 \quad y=2 \quad z=1$$

$$x=2 \quad y=5 \quad z=1$$

$$4) x+y = 15z$$

$$2^{xy} = 2^{x+y+4}$$

$$(x-1)(y-1) = 5$$

$$x=6 \quad y=2$$

не подходит

$$x+y \cdot z \Rightarrow x+y = kz$$

$$2^{xy} = 2^{x+y} \quad (kz+1) \quad | -z$$

$$2^{xy} = 2^{x+y} \quad (k+1)$$

$$k+1 = 2+1$$

$$2^{xy} = 2^{x+y+1}$$

$$xy = x+y+1$$

$$k+1 = 2+1 \Rightarrow k = 1$$

* Тогда из условия
решений системы
других решений не
будет. Ответ, 3, 2, 5

$$5, 2, 1$$

почему?

$$2, 3, 5 \quad 2, 5, 1$$

$$4, 2, 2 \quad 2, 4, 2$$

k - число Мерсенна, по-

этому ~~также~~ также число и проверяем

$$(1, 3, 7, 15)$$

как показан переход, так же при

дальнейшем увеличении множителей переход
будет слишком увеличиваться, тогда как
произведение $(x-1)(y-1)$ всего лишь на единицу,
как бы не полевая зависимость переход

Дополнительно лист

Продолжение №4
она не доказана
исходно из системы ~~были~~ урав
решений не будет

Ответ: 3, 2, 5

2, 3, 5

4, 2, 2

2, 4, 2

5, 2, 1

2, 5, 1

7

№2 и 4 0, пусть 8 максимальное произведение
или 1 → 8

пошагово в 1 туре → - играли

1) 1 → 6; 2 → 7; 3 → 8; 4 → 5

2 тур 1 → 4; 2 → 5; 6 → 8; 3 → 7

3 тур 1 → 3; 2 → 4; 5 → 8; 6 → 7

4 тур 1 → 7; 2 → 3; 4 → 8; 5 → 6

5 тур 1 → 5; 2 → 6; 7 → 8; 3 → 4

итого после 5 тура пары, которые
используют
вероятно

1 может с 2 и 8

2 может с ~~1~~ 4 и 8

3 может с 5 и 6

4 может с 6 и 7

5 может с 3 и 7

6 может с 4 и 3

7 может с 4 и 5

8 может с 2 и 1

Исходя из этого как бы мы не старались
у нас не получится выбрать пары
так, что 6 тур будет невозможным,
поскольку 1 обязан сыграть со 2, тогда
2 не сможет сыграть / 1 не может
с 8, так как 2 не будет с кем играть)

~~Let's~~ +