



3101098335085

## Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Т Я Г У Н О В А

Имя Е Л И З А В Е Т А

Отчество М И Х А Й Л О В Н А

Дата рождения 1 8 0 9 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория М - 4 1 5

Телефон 8 9 0 0 2 1 3 5 6 8 2

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101098335085

## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с 12 15 до 12 18

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1  | 2  | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 20 | — | — | 0 |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 10 | 20 | — | — | 0 |   |   |   |   |    |

Итоговый балл 40

Подпись  
члена жюри №1

Подпись  
члена жюри №2

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1

$\underline{a}\underline{b}\underline{c}$  - 3 стоящих друг за другом цифр (не умножение)

Во-первых, заметим, что  $a \neq 0$ , и иначе  $\underline{a}\underline{b}\underline{c}$  не явл 3-значным. Также  $c \neq 0$ , и иначе из п (3) условия  $a b c = 0 \Rightarrow a = 0$

~~из условия (1)~~ Еще заметим, что  $a+b+c \geq 10$ , и иначе получим  $a b c = 0$  или вида 001, 002, 003 и тд, что противоречит условию  $\underline{a}\underline{b}\underline{c}$  - 3-значное

и  $a, b, c$  являются цифрами числа и  $a \neq 0, c \neq 0$ , то  $a \in [1, 9], c \in [1, 9], b \in [0, 9]$  Из этого наибольшая сумма  $a+b+c = 27$  (и  $9+9+9 = 27$ )

из условия (1) получим

$$\begin{cases} a+b+c=11 \\ a+b+c=21 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \\ c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=12 \\ a+b+c=22 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \\ c=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=13 \\ a+b+c=23 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \\ c=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=14 \\ a+b+c=24 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \\ c=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=15 \\ a+b+c=25 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \\ c=5 \end{cases}$$

далее читать

→ это

Заметим, что ~~выражения~~  $a+b=20$  невозможно, и наибольшая сумма  $a+b=18$  (из  $a \in [1, 9]$  и  $b \in [0, 9]$ ), следовательно,  $a+b=10$ , из ~~этого~~ следует, что  $b \neq 0$ , и в противном случае получим  $a=10$ , что противоречит  $a \in [1, 9]$

Итак, имеем

$$\begin{cases} a \in [1, 9] \\ b \in [1, 9] \\ c \in [1, 9] \\ a+b=10 \end{cases}$$

из (2)  $ab+bc+ca = ab+c(a+b) = ab+10c$   
заметим, что последние цифры чисел  $ab$  и  $ab+10c$  при  $c \in [1, 9]$  совпадают

$$\begin{cases} ab = -b \\ a + b = 10 \end{cases}$$

знаком "-" обозначен здесь ~~младший~~ ~~разряд~~ ~~стоящий~~ ~~перед~~ ~~b~~

при  $\begin{cases} a + b = 10 \\ a \in [1, 9] \\ b \in [1, 9] \end{cases}$  могут получиться следующие комбинации вида  $(a, b)$   
 $(9, 1), (8, 2), (7, 3), (6, 4), (5, 5), (4, 6), (3, 7), (2, 8), (1, 9)$   
 Из них условию  $ab = -b$  удовлетворяют следующие  $(6, 4), (5, 5), (1, 9)$

Имеем

теперь осталось в каждом из этих случаев подобрать

$$\begin{cases} a = 1 \text{ (I)} \\ b = 9 \end{cases}$$

c

$$\begin{cases} a = 6 \text{ (II)} \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 5 \text{ (III)} \\ b = 5 \end{cases}$$

Случай I Число вида  $19-$ , где "-" это младший разряд. Из условия (3)  $abc = 19c = 9c$ , причем последняя цифра числа  $9c$  должна равняться  $a$ , и  $c \in [1, 9]$

~~Или  $195 = 45$  и  $199 = 9$~~   $\in \begin{cases} 9c = -1 \\ c \in [1, 9] \end{cases}$  ~~Этим условиям удовлетворяет  $c = 9$~~    
 - это старший разряд  $\Rightarrow c = 9$

Получили число 199

Случай II Число вида  $64-$  Из условия (3)  $abc = 64c = 24c$ , причем последняя цифра числа  $24c$  должна равняться  $b$   
 $\begin{cases} 24c = \text{--}6 \text{ (некое кол-во старших разрядов)} \\ c \in [1, 9] \end{cases}$    
 Этим условиям удовл  $c = 9$  и  $c = 4$

Получаем числа 649 и 644

Случай III Число вида  $55-$  Из условия (3)  $abc = 55c = 25c$ , причем последняя цифра числа - это 5

$$\begin{cases} 25c = \text{--}5 \text{ (некоторое кол-во разрядов)} \\ c \in [1, 9] \end{cases}$$

Этим условиям удовлетворяют  $c = 1, 3, 5, 7, 9$

Условию  $25c = \text{--}5$  удовл любое нечетное  $c$ , и с учетом условия  $c \in [1, 9]$  получим  $c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$    
 $555$  есть

Бланк ответов

Получаем числа 551, 553, 557, 559

Для каждого полученного числа сделаем проверку и убедимся, что оно действительно удовлетворяет условиям 1-3

Ответ 553, 553, 557, 559, 649, 644, 199

Задача 2

Да, возможно. Проанализируем игроков цифрами от 1 до 8

Пусть игроки №8, №7 и №6 в первых пяти турах играют только с игроками под номерами 1-5. Это возможно, если

распределить 5 игроков по 5 партиям, так чтобы в каждой партии играли 2 игрока. Например, такая расстановка, где игроки №8, №7, №6 играют с различными игроками из игроков №1-№5, а оставшиеся двое играют друг с другом

| первый тур | 6 и 1 | 8 и 2 | 7 и 3 | 4 и 5 |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| 2 тур      | 6 и 2 | 8 и 5 | 7 и 4 | 3 и 1 |
| 3 тур      | 6 и 3 | 8 и 4 | 7 и 1 | 2 и 5 |
| 4 тур      | 6 и 4 | 8 и 3 | 7 и 5 | 3 и 2 |
| 5 тур      | 6 и 5 | 8 и 1 | 7 и 2 | 3 и 4 |



различных перестановок 5-ти игроков №1-№5 друг с другом. Но это число не включает в себя вариант, когда игроки №6 и №7 играют друг с другом в какой-то из партий. Поэтому существует 5! вариантов, но не 5! вариантов.

Варианты 1 2 3 4 5 и 1 2 4 5 3, которые удовлетворяют условиям задачи не удовлетворяют, так один игрок не может одновременно играть 2 партии.

Таких вариантов, где цифры, стоящие на одном и том же месте, совпадают (типа 1 2 3 4 5 и 1 3 2 5 4), существует 4 штуки, вытеснен из всех вариантов, и получим

Тогда получается, что в 6-м туре ~~двое из игроков №8, №7, №6~~ будут играть друг с другом (иначе каждый из игроков №8, №7, №6 должен сыграть с <sup>двумя</sup> игроком ~~№8, №7, №6~~ из игроков №6-8, потому что со всеми игроками №1-5 все трое уже сыграли. А это невозможно, так игроков №6-8 трое получится, что двое из игроков №6-8 играют друг с другом (пусть без учета общности это будут игроки №6 и №7), а третьему (б.о. №8) будет не с кем играть, поскольку игроки №6 и №7 играют друг с другом, а с каждым из игроков №1-5 он уже сыграл.

Расставить 5 игроков таким образом, как в таблице на предыдущей странице, возможно. Эта задача сводится к заполнению квадрата со стороной 5, в каждой строке и в каждой строке которого будут цифры от 1 до 5 без повторений. Например, так

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | 5 |
| 3 | 2 | 1 | 5 | 4 |
| 2 | 1 | 5 | 4 | 3 |
| 1 | 5 | 4 | 3 | 2 |

+

Задание 5

При  $n=3$  берем или ивират

При  $n \leq 3$  просто берем побегу из диагоналей ивирата

При  $n \geq 4$  берем без оп-я общности побегу диагональ ивирата  $3 \times 3$  в лвом нижнем углу (здесь можно взять любой другой угол и побегу диагональ) Свободным для выбора единичных ивиратов согласно условию останется ивират со стороной  $n-3$  в лвом верхнем углу (в углу, противоположном тому, в котором брали ивират  $3 \times 3$ ) без своей побегу диагонали (если брали побегу - то без побегу)

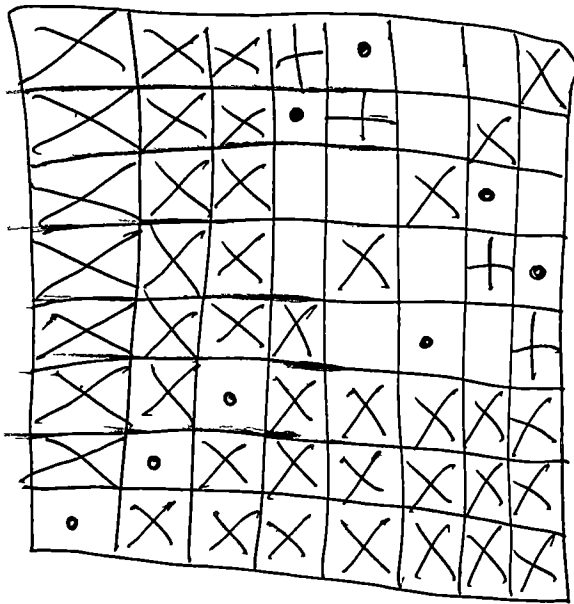
В этом ивирате нужно выбрать  $n-3$  единичных ивирата так, чтобы они не лежали на побегу диагонали, на

побегу диагонали и нищие два из этих единичных ивиратов не лежали в одной строке или столбце. Это всегда можно сделать, так как в каждом столбце и строке по 1 единичному ивирату (=клетке), так ~~строки и столбцы содержат  $n-2$  свободные клетки~~

в ивирате все остается минимум  $(n-3)(n-2)$  свободных клеток (минимум  $n-2$  в каждом столбце и из каждой строки и  $n-3$  столбцов) строки ~~минимум~~, так как  $(n-3)(n-2) \geq n-3$ , так

$n \geq 4$  При этом в каждом столбце (строке) минимум  $n-2$  свободные клетки, а так как из каждого столбца надо одну  $n-2 \geq 3$  при  $n \geq 4$

Пример  $n = 8$



⊠ - нельзя брать

⊡ - взяли

⊞ - не учитываем

берем 3 на побочной диагонали в левом нижнем углу,  
в оставшемся квадрате  $(n-3) \times (n-3)$  всегда останется  $(n-3)$   
клеток, лежащих в разных строках и столбцах