



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К А Р П О В А

Имя Н А Т А Л Ь Я

Отчество С Е Р Г Е Е В Н А

Дата рождения 15 04 2007

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 3404

Телефон 89083085857

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302479638419

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Итоговый балл

40

Подпись

члена жюри №1

Подпись

члена жюри №2

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

1) Обозначим знаком % — остаток от деления на 10 (именно в этом задании)

Пусть в нашем трехзначном числе цифры идут в порядке $\overline{abc}$ (на ответ это никак не влияет)

2) По условию $(a+b+c) \% 10 = c$ (или $(a+b+c) \cdot 10 = k(a+b+c) + c$)

т.е. так мы обозначили цифру в разряде единиц в числе $\overline{abc}$

Так как наше число $\overline{abc}$ оканчивается на цифру c , то сумма $a+b=0$ или $a+b=10$ ✓

Это быть не может,

тк $a \neq 0$ (первая цифра в числе)

Значит, $a+b=10$

3) По условию $(ab+bc+ca) \% 10 = b$ (или $(ab+bc+ca) \cdot 10 = m(ab+bc+ca) + b$)

Преобразуем

$$ab+bc+ca = ab + c(a+b) = ab + c \cdot 10$$

10c — число круглое

Значит последняя цифра числа $(ab+bc+ca)$ равна последней цифре числа (ab) равна b ✓

Учитывая условия 2 и 3 пункта, выпишем пары $\overline{ab}$ и найдем подходящие

a	b	a b
✓ 1	9	9
2	8	16
3	7	21
4	6	24
✓ 5	5	25
✓ 6	4	24
7	3	21
8	2	16
9	1	9

Задача 1 продолжение

4) по условию $\xi(abc) \% 10 = a$ ~~(или $(a \cdot b \cdot c) \cdot 10 = n(a \cdot b \cdot c)$)~~

Из пункта (3) мы знаем, что последняя цифра числа ab_n ~~знает~~ равна b

Значит последняя цифра $(b \cdot c)$ ^{числа} ~~то~~ равна a

По ξ учитывая найденные в п (3) цифры a и b , найдем числа abc

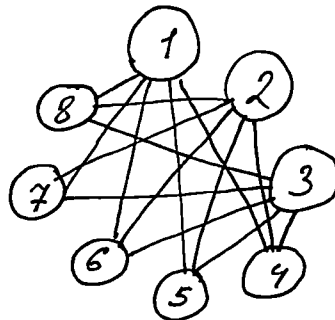
a	b	c
1	9	9
5	5	1
5	5	3
5	5	5
5	5	7
5	5	9
6	4	4
6	4	9

Ответ $\checkmark$ 199, $\checkmark$ 551, $\checkmark$ 553, $\checkmark$ 555, $\checkmark$ 557, $\checkmark$ 559, $\checkmark$ 644, $\checkmark$ 649

Задание 2

8 шахматистов

Да, может ситуация возникнуть, если ~~каждый из~~ найдутся 3 таких шахматиста, каждый из которых сыграл партию с пятью другими. То есть



① - шахматист 1

② - шахматист 2

Каждый из шахматистов 1, 2, 3 сыграл по партии с шахматистами 4, 5, 6, 7, 8 за пять туров

В таком случае им остается играть между собой. Но так как их все три (нечетное кол-во), то они не смогут сыграть. Значит, шестой тур будет невозможен.

Ответ да, может

Возможные комбинации первых пяти туров

тур I пар	тур II пар	тур III пар	тур IV пар	тур V пар
1-4	1-7	1-5	1-6	1-8
2-5	2-6	2-7	2-8	2-4
3-6	3-5	3-8	3-4	3-7
7-8	4-8	4-6	5-7	5-6

VI невозможна

Ответ да, может

Задание 3

Дано

$\triangle ABC$ - остроу.,
не р/б

AA_1 и BB_1 - высоты

$AA_1 \cap BB_1 = H$

TM - середина BC

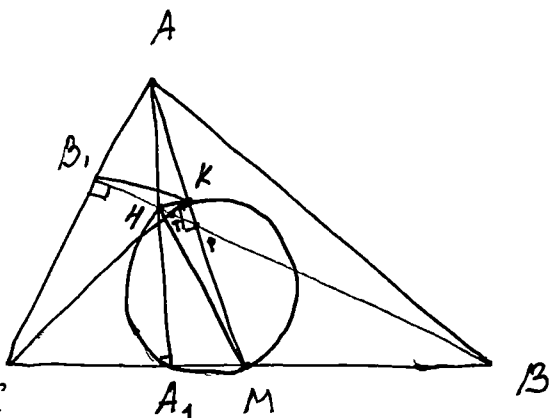
окр описана около A_1MH

окр $\cap [AM] = K$

Док-ть

KM - биссектриса $\angle CKB_1$

Доказательство



1) $\angle HA_1M = 90^\circ$ (AA_1 - высота), значит,
 HM - диаметр проведенной окр-ти
(тк $\angle HA_1M$ - вписанный угол)

2) A_1, H, K, M - вписан в окр-ть
четыре

Значит, сумма противоположных
углов $= 180^\circ$

$$\angle HKM = 180^\circ - \angle HA_1M = 90^\circ$$

3) $\triangle BB_1C \sim \triangle AA_1C$

$\triangle BB_1H \sim \triangle AA_1H$ Пусть $CK \cap BB_1 = T$ $KM \cap BB_1 = P$

~~$\triangle BB_1H \sim \triangle AA_1H$~~

существования
продвижений нет

Задание 4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

1) Числа $x, y, z \in \mathbb{N}$, значит $x+y+z > z$
Следовательно

$$2^{xy} > 2^{x+y}$$

$$xy > x+y$$

$$2) \quad 2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = \frac{x+y+z}{z}$$

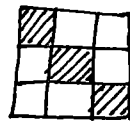
$$2^{xy-(x+y)} = \frac{x+y}{z} + 1$$

$2^{xy-(x+y)}$ — четное число $\Rightarrow$ значит, $\frac{x+y}{z}$ — не-четное целое число

Задача 5

доска $n \times n$

1) В доске 2×2 и 3×3 для осуществления задачи достаточно выбрать квадраты на одной диагонали



2) Для доски 4×4 и более воспользуемся следующим методом

Пусть присвоим каждому квадратику координаты (x_2, y_2) , где x_2, y_2 — номер квадрата

Заметим, что квадраты находятся на одной линии, когда $(x_2 - x_1) \equiv (y_2 - y_1) \pmod{n}$

почему это

верно для $n \times n$