



3101632534752

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г Р А В Ш И Н А

Имя А Н А С Т А С И Я

Отчество Д М И Т Р И Е В Н А

Дата рождения 2 1 0 9 2 0 0 7

Город участия И Ж Е В С К

Аудитория 2 1

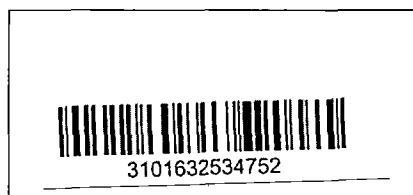
Телефон 8 9 2 2 5 1 1 8 0 1 4

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия И Ж Е В С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	10	0					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1 вариант

Задание 1

Трёхзначное число $\overline{abc}$

т.к. $a \neq$ равна последней цифре числа $abc \Rightarrow a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$\Rightarrow a, b, c, \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Пусть $c=1$, тогда $a+b+1=1$,

$a+b+1=11$, т.к. цифра десятков не может быть 0 ($1+1+1=3$)
и не может быть больше 1 ($9+9+1=19 < 21$)

Найдем пары цифр a и b , удовлетворяющие равенству
 $a+b+1=11 \Leftrightarrow a+b=10$

a	b	$\checkmark$	$ab+bc+ca=$	b	$abc=$	a
5	5		+	(5,5) $\checkmark$	+	(55)
4	6		-		-	
6	4		+	(6,4) $\checkmark$	-	
3	7		-		-	
7	3		-		-	
2	8		-		-	
8	2		-		-	
1	9		+	(1,9) $\checkmark$	-	
9	1		-		-	

Посмотрим, какие из этих пар удовлетворяют условию
 $\overline{b-a} \quad ab+bc+ca= b$

Рассмотрим, какие из пар удовлетворяют условию
 $abc = a$

Первое полученное число (551)

Аналогично рассмотрим при $c=2$

Заметим, что пары ~~таких же~~ цифр a и b , удовлетворяющих
равенству $a+b+2=12 \Leftrightarrow a+b=10$ останутся такими же и
будут такими же при любых $c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Рассмотрим второе условие $ab+bc+ca= .b \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow ab+c(a+b)= b \quad a+b=10 \Rightarrow c(a+b) 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $c(a+b)$ всегда кратна 10 и заканчивается на 0, то
цифра b ~~зависит~~ зависит от последней цифры числа
 $ab \Rightarrow ab = b \checkmark$

Исходя из первых двух условий, нам всегда подходят пары ~~цифры~~ цифр для a и b $(5,5); (6,4); (1,9)$ для $\forall$ любых $c \in \{1,2,3; 4,5; 6,7,8; 9\}$ и $b \in \{4; 5; 9\}$

Осталось рассмотреть третье условие $abc = a$; $a \in \{1,5,6\}$

Рассмотрим первую пару a и b $(5,5)$

$55c = 5$ при любых нечетных c , то есть $c \in \{1,3,5,7,9\}$

Нам подходят числа $\overline{abc}$ $551, 553, 555, 557, 559$ ✓

Рассмотрим вторую пару a и b $(6,4)$

$64c = 6$ $24c = 6$ при умножении 4 на 4 и 9 получившееся число заканчивается на 6, что удовлетворяет условию. Таким образом, $c \in \{4,9\}$

Нам подходят числа $\overline{abc}$ $644, 649$ ✓

Рассмотрим третью пару a и b $(1,9)$

$19c = 1 \Leftrightarrow 9c = 1$ Это равенство верно только при $c=9$, так как при умножении 9 только на 9 в результате последняя цифра 1

Нам подходит число $\overline{abc}$ 199 ✓ (+)

Ответ числа $551, 553, 555, 557, 559, 644, 649, 199$

Задание 2

Не может случиться так, что после 5 туров келья будет провести 6 — может

Чтобы пары не повторялись можно сыграть 7 туров. Например:

1 тур	1 и 2	3 и 4	5 и 6	7 и 8
2 тур	1 и 4	2 и 3	5 и 8	6 и 7
3 тур	1 и 3	2 и 4	5 и 7	6 и 8
4 тур	1 и 5	2 и 6	3 и 7	4 и 8
5 тур	1 и 6	2 и 5	3 и 8	4 и 7
6 тур	1 и 7	2 и 8	3 и 5	4 и 6
7 тур	1 и 8	2 и 7	3 и 6	3 4 и 5

Бланк ответов

После 7 тура невозможно провести еще один, так как каждый уже сыграл с каждым, кроме себя

Таким образом, в шахматном турнире, в котором участвуют 8 шахматистов можно провести 7 туров, чтобы пары не повторялись и каждый сыграл с каждым, кроме себя

Ответ не может

Задание 4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = \frac{x+y+z}{z}$$

$z \neq 0$, т.к. натуральное по условию

$2^{x+y} > 0$ при любых x и y

$$2^{xy-x-y} = \frac{x+y+z}{z}$$

~~$xy \cdot \frac{x+y+z}{z}$ так как xy, z - натуральные~~

$$\frac{x+y+z}{z} > 1, \text{ т.к. } x, y, z - \text{натуральные} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{xy-x-y} > 1$$

$$2^{xy-x-y} > 2^0$$

$$xy-x-y > 0$$

$$xy > x+y \Rightarrow \boxed{x \neq 1 \text{ и } y \neq 1} \quad \checkmark$$

Рассмотрим пары x и y , при которых $2^{xy-x-y} = 2$

$$xy-x-y=1 \quad x=2, y=3 \text{ или } x=3, y=2$$

$6=5$ подставим в уравнение

$$2^1 = \frac{5+z}{z}$$

$$2z = 5+z$$

$$z=5$$

Таким образом, ~~перв~~ первые две тройки чисел ~~$(2, 3, 5)$ и $(3, 2, 5)$~~

Рассмотрим пары x и y , при которых $2^{xy-x-y} = 2^2$

$$xy-x-y=2 \quad x=2, y=4 \text{ или } y=4, x=2$$

подставим в уравнение

$$4 \neq 2^2 = \frac{6+z}{z}$$

$$4z = 6+z$$

$$3z = 6 \Rightarrow z=2$$

$$x=3, y=2, z=5$$

$$y=3, z=2$$

$$x=2, y=3, z=5$$

Таким образом, еще две тройки подходящих чисел это ~~$(2, 4, 2)$~~ и ~~$(4, 2, 2)$~~ $x=2; y=4, z=2$ и $x=4, y=2, z=2$

Рассмотрим пары x и y , при которых $2^{xy-x-y} = 2^3$
 $xy-x-y=3$ $x=2, y=3$ или $x=3, y=2$ или $x=3, y=3$

Сначала проверим для пар $x=2, y=3$ и $x=3, y=2$
 подставим в уравнение

$$2^3 = \frac{7+z}{z}$$

$$8z = 7+z$$

$$7z = 7$$

$$z = 1$$

~~Таким образом~~

Таким образом, еще две тройки чисел это ~~$(2, 3, 1)$~~ и ~~$(3, 2, 1)$~~ $x=2, y=3, z=1$ и $x=3, y=2, z=1$
 проверим для $x=y=3$

$$2^3 = \frac{6+z}{z}$$

$$8z = 6+z$$

$$7z = 6$$

$$z = \frac{6}{7}$$

т.к. z - натуральное

Заметим что при увеличении степени 2^z z убывает, поэтому при $xy-x-y > 3$ $z < 1$, что противоречит условию z - натуральное

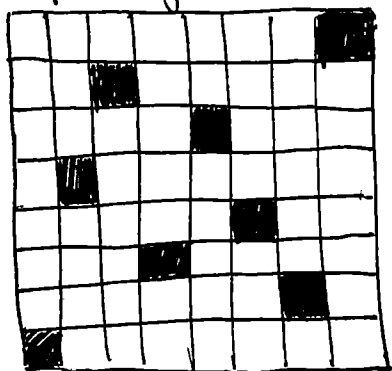
Таким образом, нам подходит шесть троек чисел

Ответ $x=2, y=3, z=5$, и $x=3, y=2, z=5$, и $x=2, y=4, z=2$, и $x=4, y=2, z=2$, и $x=2, y=5, z=1$, и $x=5, y=2, z=1$

Задача 5

Витя может осуществить свою задумку при любом натуральном n

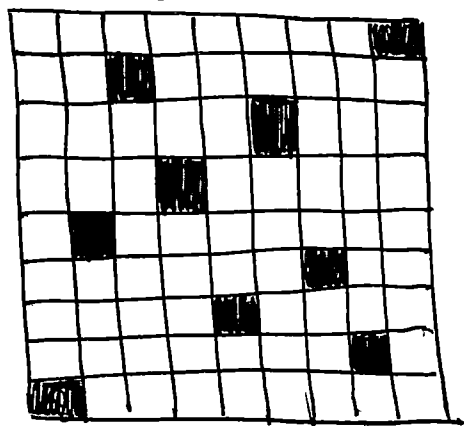
Например дойка 8×8



выбранные квадраты удовлетворяют всем условиям

Бланк ответов

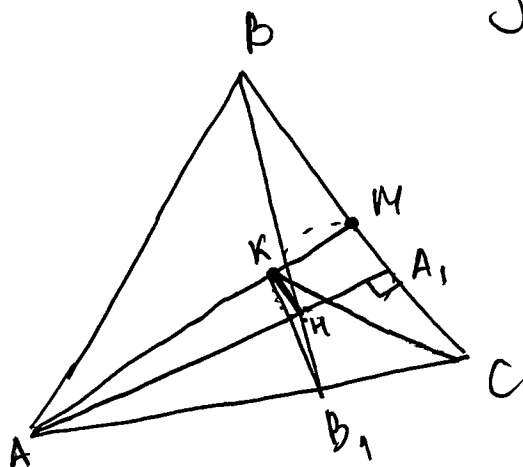
Еще один пример: доска 9×9



заштрихованные квадраты
удовлетворяют всем условиям

Всегда на доске $n \times n$ можно найти n единичных
квадратов, которые не попадают в одну строку или столбец
и ни у каких четырех центры не лежат на одной прямой
Как минимум у каких-нибудь двух квадратов
центры всегда будут лежать на одной прямой но чтобы
это было у четырех всегда можно убедиться почему?

Задание 3



$\angle MA_1H = 90^\circ$ (т.к. AA_1 - ~~б~~ высота)

MN - диаметр окружности (т.к.
 $\angle MA_1H$ - центральный угол) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle HKM = 90^\circ$ (опирает центр угла
опирается на MN)
продвижений нет

3
6

1