



3101376075656

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия К А Й Л Ь

Имя Л Е В

Отчество В Л А Д И М И Р О В И Ч

Дата рождения 0 9 0 9 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 6 1

Телефон + 7 9 5 3 0 0 7 7 6 8 9

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101376075656

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	3	0	—					
Балл члена жюри №2	20	0	3	0	—					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N2

Построим двудольный граф, где в левый и правый дольки будут вершины $1, 2, \dots, 8$, а ребра - возможные игры (т.е. изначально из каждой вершины выходит 7 ребер для вершины $i - в 1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, 8$)

~~После~~ После 5 партий из каждой вершины будет выходить ровно 2 ребра (т.к. каждая вершина сыграла 5 партий $7-5=2$)

Покажем, что ~~такой~~ в таком графе найдется цикл паросочетания (паросочетание)

Используем лемму Холла ~~Построенный выше граф не является двудольным~~

При $n=1, 2$ утверждение очевидно (т.к. из каждой вершины выходит 2 ребра)

Предположим, что для $n=k$ утверждение неверно. Рассмотрим множество A

вершин правой доли таких, что в это множество входят все и только те вершины, которые соединены с каким-то k вершинами в левой доле. Тогда по предположению $|A| < k \Rightarrow |A| \leq k-1$

~~В множестве вершин~~ Пусть $\deg(v)$ - степень вершины v

Тогда $\sum_{v \in A} \deg(v) = 2k$ (т.к. из левой доли выходит $2k$ ребер в правую)

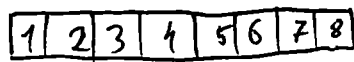
т.е. $|A| \leq k-1 \Rightarrow$ из $|A|$ вершин A выходит $2k-2$ ~~Следовательно, предположение неверно, лемма Холла выполняется для $1 \leq k \leq 8 \Rightarrow \exists$ паросочетание паросочетания~~

Ответ: Не можно ответ неверный

Перез может ходить или по вершинам/ребрам, или по диагональным

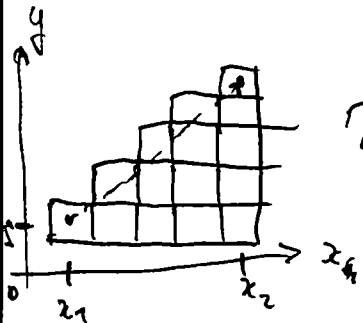
Также, что по вершинам/ребрам все расстояния целые и имеют разность $[1, 7]$

$[1, 7]$ Разность



$\Rightarrow d \in \mathbb{N}$

$$\begin{aligned} (1-2) &= 1 & (1-7) &= 6 \\ (1-3) &= 2 & (1-8) &= 7 \\ (1-4) &= 3 & & \\ (1-5) &= 4 & & \\ (1-6) &= 5 & & \end{aligned}$$



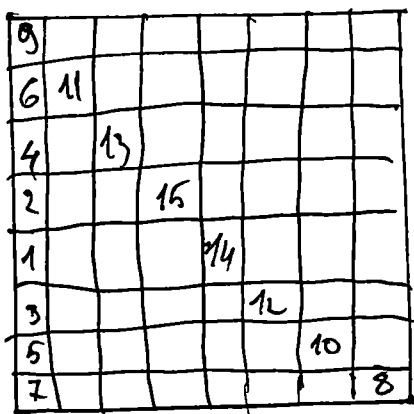
Три измерения по диагональ $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Но $(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1)$ и первое ходит по диагонали шаг-

потом тогда $d = \sqrt{(b-a)^2} = (b-a)\sqrt{2}$, где $a, b \in [1, 8]$ — нач и конеч

клетка $\forall a, b \in \mathbb{N}, (a-b) \neq 0 \Rightarrow |b-a|\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

следовательно получается, что все возможные расстояния $\neq 1$ (т.е. по ребрам/вершинам, т.е. по диагонали $(b-a) \in [1, 7]$) Приведем пример, где первое пройдет все 14



1, 3, 15-возможны перемены (перемены почитают

6, перемены 2 и 8)

1-2	1	8-9	$7\sqrt{2}$
2-3	2	9-10	$6\sqrt{2}$
3-4	3	10-11	$5\sqrt{2}$
4-5	4	11-12	$4\sqrt{2}$
5-6	5	12-13	$3\sqrt{2}$
6-7	6	13-14	$2\sqrt{2}$
7-8	7	14-15	$1\sqrt{2}$

$\forall$ и если использовать все расстояния и никакая клетка не красилась дважды, то задача явл. верной.

Ответ 15, Можно больше

Пусть $\frac{b+c}{2} = t$ Тогда ~~$b = t-q, c = t+q$~~ $b = t-q, c = q, a = t-3q$ ~~$d = t+q$~~

$2q$ -моя прогрессия

Решая: $(t-3q)^2 + (t+3q)^2 = (t-q)^3 + (t+q)^3$

$$t^2 - 6tq + 9q^2 + t^2 + 6tq + 9q^2 = t^3 - 3t^2q + 3tq^2 - q^3 + t^3 + 3t^2q + 3tq^2 + q^3$$

$$2t^2 + 18q^2 = 2t^3 + 6tq^2 \quad | : 2$$

$$t^2 + 9q^2 = t^3 + 3tq^2$$

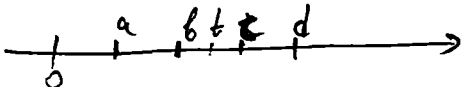
$$t^2(t-1) + 3q^2(t-3) = 0$$

или $t=1$ или $t=3$

или $t=1$ или $t=3$

$$\Rightarrow \frac{t-1 \geq 0, t-3 \leq 0}{t-1 \leq 0, t-3 \geq 0} \Rightarrow 1 \leq t \leq 3$$

- не имеют смысла.

Получается 

Заметим, что моя прогрессия не далее 2 (так $t-3q \geq 0 \Rightarrow q \leq 1 \Rightarrow 2q \leq 2$)

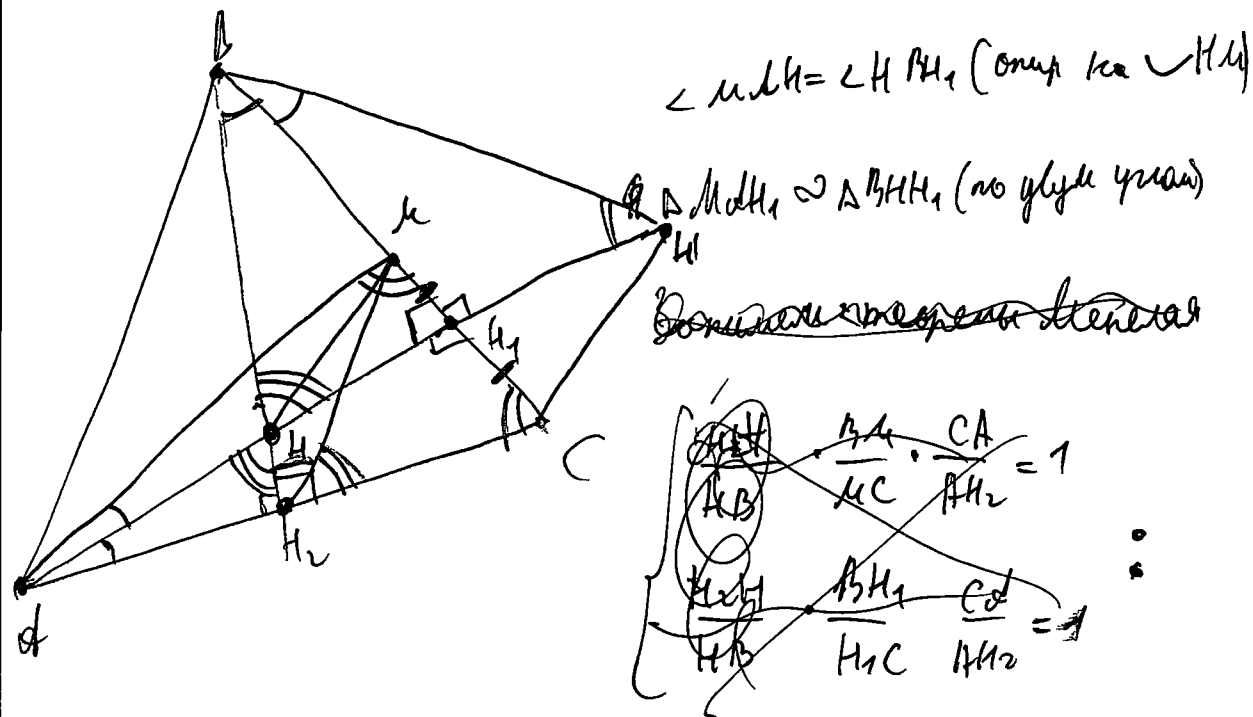
Также числа можно представить в виде $a, a+k, a+2k, a+3k$

$$a^2 + (a+3k)^2 = (a+k)^2 + (a+2k)^2$$

$$a^2 + a^2 + 6ak + 9k^2 = a^2 + 2a^2k + 2ak^2 + k^2 + a^2 + 6a^2k + 12ak^2 + 8k^2$$

$$2a^2(a-1) + 9k^2(k-1) + 3ak(3a+5k-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a \geq 1, k \leq 1 \\ a \leq 1, k \geq 1 \\ a \leq 1, k \leq 1 \end{cases}$$

N 1



$$\frac{MH}{HB} \cdot \frac{CA}{AH_2} = 1$$

$$\frac{H_2H}{HB} \cdot \frac{BH_1}{H_1C} \cdot \frac{CA}{AH_2} = 1$$

$$\frac{H_1H}{HB} \cdot \frac{CA}{AH_2} \cdot \frac{BH_1}{H_1C} = 1$$

$$\frac{H_2H}{HB} \cdot \frac{BH_1}{H_1C} \cdot \frac{CA}{AH_2} = 1$$

$$\frac{BH_1}{H_1C} \cdot \frac{CA}{AH_2} = 1 \Rightarrow \frac{BH_1}{H_1C} = \frac{AH_2}{CA}$$

1 cm и $AH_2 = BH_1$

~~Вспомогательная линия~~

~~Вспомогательная линия в треугольнике, но $H_2H - HC = BH_1 \Rightarrow \angle HCH_1 = \angle BH_1H$ и~~

~~$\angle HCH_2 = \angle HCH_1$ ($\angle C = 90^\circ$ ($\angle BH_2C$)) $\Rightarrow \angle BH_1H_1 = 11$ (так $\angle HCH_1 = 90^\circ$,~~

~~$\angle BH_1H_1 = 11$). Тогда HCH_1 и HCH_2 - смежные $\Rightarrow \frac{BH_1}{H_1C} = \frac{AH_2}{CA}$~~

~~Тогда $\frac{BH_1}{H_1C} = \frac{AH_2}{CA}$, $\angle HCH_1 = 11 \Rightarrow \angle HCH_2 = 11 \Rightarrow \triangle HCH_1$ - равнобедренный $\Rightarrow$~~

~~$\Rightarrow HCH_1 = H_1C$~~

В-4 $\triangle H_2BC$ - равнобедренный и H_2C - медиана, то $H_2C = CH_2$, и $H_2C = CH_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle H_2C = \angle CH_2$ и $\angle H_2B = \angle CH_2$

$\angle H_2B = \angle CH_2$ (так как стороны H_2C и CH_2)

$\angle H_2C = \angle CH_2$ (верно) и $\angle H_2C = \angle CH_2 \Rightarrow \angle H_2C = 2\angle H_2C = \angle CH_2$

В-4 $\triangle H_2C$ - равнобедренный и высота в $\triangle H_2C$, то $H_2C = CH_2 = \frac{1}{2} BC$

$$\frac{H_2C}{H_2C} = \frac{H_2C + \frac{1}{2} BC}{\frac{1}{2} BC} = \frac{\frac{3}{2} BC}{\frac{1}{2} BC} = 3$$

+

Ответ 3

≡

