



3101077317510

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г Р О М О В

Имя Л У К А

Отчество А Н Д Р Е Е В И Ч

Дата рождения 1 9 1 0 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория С Ч 1 8

Телефон + 7 9 2 1 3 6 6 9 7 1 7

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101077317510

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия **ЕКАТЕРИНБУРГ**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

Время выхода с **13 06** до **13 08**

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	—	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	—	5	0					

Итоговый балл **25**

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

Заметим, что уравнение симметрично относительно x и y . Значит, если подходит ответ $x=a, y=b, z=c$, то подходит и ответ $x=b, y=a, z=c$. Поделим обе части уравнения на 2^{x+y}

~~$$2^{xy-x-y} \cdot z = x+y+z \Leftrightarrow 2^{(x-1)(y-1)-1} \cdot z = x+y+z$$~~

Функция $(x-1)(y-1)-1$ возрастает относительно x, y при $x, y \in \mathbb{N}$. Она растет экспоненциально, а $x+y+z$ растет линейно. Значит, для больших x и y , тем больше z . Но $z \in \mathbb{N}$, значит, будем перебирать все значения x и y поочередно.

$\exists x=1$

$$2^{(1-1)(y-1)-1} \cdot z = z+1+y \Leftrightarrow \frac{z}{2} = z+1+y \Leftrightarrow -\frac{z}{2} = y+1 \quad z, y \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{при } x=1 \text{ нет решений}$$

$\exists x=2$

$$2^{(2-1)(y-1)-1} \cdot z = z+y+2 \Leftrightarrow 2^{y-2} \cdot z = z+y+2$$

$\exists y=2$

$z = z+4 \quad \text{нет}$

$\exists y=3$

$2z = z+5 \Leftrightarrow z=5$

$\exists y=4$

$4z = z+6 \Leftrightarrow 3z=6 \Leftrightarrow z=2$

$\exists y=5$

$8z = z+7 \Leftrightarrow 7z=7 \Leftrightarrow z=1$ см наоборот

Взглянув на них, при ~~уд~~ увеличении y значение z будет умень-
шаться. Но $z \in \mathbb{N}$, значит, $z \geq 1$. Поэтому, при $x=2$ оптимальное
нет

$$\begin{aligned} &] x=3; \quad 2^{(3-1)(y-1)-1} \cdot 3 \quad z = \frac{2y-3}{2} \quad z = y+z+3 \\ &] y=1, \text{ а уже проверка } (x, y) \neq 1, \text{ случай } x=3, y=2 \text{ эквивалентен } x=2, y=3) \\ &] y=3 \end{aligned}$$

$$2^3 \quad z = z+3+3 \Leftrightarrow 6z = z+6 \Leftrightarrow \cancel{z} = \frac{6}{5} \notin \mathbb{N}$$

Вывод: много как уже было замечено ранее, при допущении нова-
шних x и/или y значение z будет убывать. И значит, дальнейший
этого уравнения нет получается

$$\text{Ответ } x=2, y=3, z=5 \vee x=2, y=4, z=2 \vee x=2, y=5, z=1 \vee x=3, y=2, z=5 \vee \\ \vee x=4, y=2, z=2 \vee x=5, y=2, z=1$$

+

4. Пусть x условие симметрично относительно a, b, c , будем считать, что
исходное число $n = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$. Заменим условие b в c местами:

$$\begin{cases} c \equiv a+b+c \pmod{10} & (1) \\ b \equiv ab+bc+ca \pmod{10} & (2) \\ a \equiv abc \pmod{10} & (3) \end{cases}$$

Из (1), следует, что $a+b \equiv 0 \pmod{10}$. Пусть a и b цифры, то

$$a+b \leq 18 \text{ значит, } \begin{cases} a+b=0 \\ a+b=10 \end{cases}$$

Пусть a и $b \neq 0$ получается, $a+b=10$ либо перебрать все случаи
или $a=1$

$$] a=1$$

$$1+b=10 \Leftrightarrow b=9$$

$$\text{Тогда } 1 \equiv 1 \cdot 9 \cdot c \pmod{10}, \text{ откуда } c=9.$$

$$\text{Условие (2)} \quad 9 \equiv 9+9+1+9=9 \pmod{10} \text{ выполняется, значит, число } 199 \text{ подходит}$$

или $a=2$

] $a=2$, тогда $b=8$

~~Условие 1) $2 \cdot 8 \equiv 6 \pmod{10} \in \{2, 4, 6, 8\}$~~

Уз (3): $2 \equiv 2 \cdot 8 \cdot c \pmod{10}$, откуда $c=2$ и $c=7$

~~Условие 2)~~

~~если $c=7$ ~~$2 \cdot 8 \cdot 7 = 112 \equiv 12 \pmod{10}$~~~~

$8 \equiv 16 + 56 + 56 = 128 \pmod{10}$ не выполняется +
если $c=2$:

$8 \equiv 16 + 56 + 4 = 76 \pmod{10}$ не выполняется +

] $a=3$, тогда $b=7$

Уз (3): $3 \equiv 3 \cdot 7 \cdot c$, откуда $c=3$

Условие 2) $7 \equiv 21 + 21 + 9 = 51 \pmod{10}$ не выполняется +

] $a=4$, тогда $b=6$

Уз (3) $4 \equiv 4 \cdot 6 \cdot c \pmod{10}$, откуда $c=1$ и $c=6$

Условие 2) ~~В~~

Для $c=1$ $6 \equiv 24 + 6 + 9 = 39 \pmod{10}$ не выполняется +

Для $c=6$ $6 \equiv 24 + 36 + 24 = 84 \pmod{10}$ не выполняется +

] $a=5$, тогда $b=5$

Уз (3) $5 \equiv 5 \cdot 5 \cdot c \pmod{10}$, откуда $c=1, 3, 5, 7, 9$

Условие 2)

Для $c=1$ $5 \equiv 25 + 5 + 5 = 35 \pmod{10}$ - верно, число 551 подходит

Для $c=2$ $5 \equiv 25 + 50 + 50 = 125 \pmod{10}$ - верно, число ~~552~~ 552 подходит

В заключение, к числу 25 будет добавляться $5c + 5c - 50c \equiv 0 \pmod{10}$, поэтому в
случае $a=5$, $b=5$ все подходит (уз (3)) подходит и наоборот +

$\exists \alpha = 6$, тогда $b = 4$

$U_3(3): 6 \equiv 64c \pmod{10}$, откуда $c = 4$ и $c = 9$

Условие (2)

Для $c = 4$:

$4 \equiv 24 + 24 + 16 = 64 \pmod{10}$ - верно, число 644 подходит +

Для $c = 9$: $4 \equiv 24 + 54 + 36 = 114 \pmod{10}$ - верно, число 649 подходит +

$\exists \alpha = 7$, тогда $b = 3$

$U_3(3): 7 \equiv 73c \pmod{10}$, откуда $c = 7$

Условие 2 $3 \equiv 21 + 21 + 48 = 90 \pmod{10}$ не выполняется +

$\exists \alpha = 6$, тогда $b = 2$

$U_3(3): 6 \equiv 62c$, откуда $c = 3$ и $c = 8$

Условие (2):

Для $c = 3$: ~~$2 \equiv 16 + 16 + 24 = 56 \pmod{10}$ не выполняется~~

$2 \equiv 16 + 6 + 24 = 46 \pmod{10}$ - не выполняется +

Для $c = 8$

$2 \equiv 16 + 16 + 64 = 96 \pmod{10}$ - не выполняется +

~~Ничего~~

$\exists \alpha = 8$, тогда $b = 1$

$U_3(3): 8 \equiv 81c \pmod{10}$, откуда $c = 1$

Условие 2 $1 \equiv 8 + 8 + 1 = 17 \pmod{10}$ - не выполняется +

Получаем 188, 551, 553, 555, 557, 558, 644, 649 +

Задача 5

Всего клеток n и $n = n^2$ штук

Выводя из них квадраты, Витя получает $2n-1$ свободных клеток. Намная клетка находится в двух рядах по горизонтали и вертикали, значит, каждая клеточка „потеряна“ дважды. Тогда, если

расставить n клеток, либо зайдем минимально $\frac{n(2n-1)-n}{2} + n$

$$\text{клеток } \frac{n \cdot (2n-1)-n}{2} + n = \frac{2n^2 - n - n}{2} + n = \frac{2n^2 - 2n}{2} + n = n^2 - n + n = n^2 \text{ зна-}$$

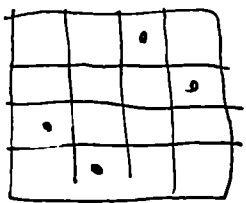
чим, в n^2 клеток может максимум поместиться n -выбранных.

Из условия следует, что минимальное количество клеток

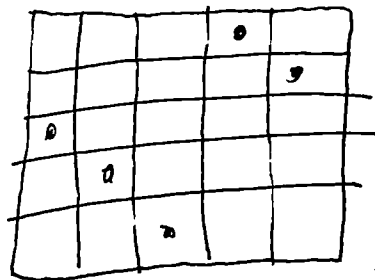
выбранных клеток все равно, но если продума-

Это условие действительно можно свести к ^{почему?} при мобильных

Муравейки n Вот пример для $n=4$ и $n=5$



$n=4$



$n=5$

рассмотрены частные случаи

Вопрос, Малюк

Задача 2

Нет, такого быть не может После 5 туров каждый из игроков может сыграть еще с тремя группами Если за какого-то игрока есть конкуренция, то она равна четному числу групп игроков За одного игрока не могут конкурировать более 3-х, ведь тогда он либо бы сыграл 8 раз партиями с одними игроками, либо одну партию проиграл. Значит минимально могут конкурировать менее трех, ведь он сыграл партиями ровно с 5-ю группами игроков. Сиди охотом

Это значит, что можно в любом случае остаться
с тем, с кем он не уйдет, и в любой момент не уйдет
с группой и своих конкурентов почему?
