



3101094330475

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЧУКАВИН

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество ЕВГЕНЬЕВИЧ

Дата рождения 21 01 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория МЧ15

Телефон 89507928855

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101094330475

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 02 Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	20	—	10	—					
Балл члена жюри №2	18	20	—	10	—					

Итоговый балл 48

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№ 1

Заметим, что условие симметрично относительно $a, b, c \Rightarrow$ не умаляя общности можно считать что трехзначное число это $\overline{abc}$

Из первого условия следует что

$$c \equiv (a+b+c) \pmod{10}$$

Пусть $a+b \equiv t \pmod{10} \Rightarrow (t - \text{цифра})$

Тогда $c = t + c \Rightarrow \cancel{t} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{10}$ но так как a, b - цифры,

то $a+b \leq 9+9=18 \Rightarrow a+b=10$ или 0

(но ноль быть не могут, иначе и a и $b=0 \Rightarrow$ число не трехзначно) $\Rightarrow a+b=10$

Из второго условия следует что

$b \equiv ab+bc+ca \pmod{10}$ так как $a=10-b$ то

$b \equiv 10b - b^2 + bc + 10c - cb \pmod{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow b \equiv 10(b+c) - b^2 \pmod{10} \quad (10(b+c) \equiv 0 \pmod{10})$

$\Rightarrow b \equiv -b^2 \pmod{10}$

Перед тем найдем все возможные b

Составим таблицу для всех цифр

b	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$-b^2 \pmod{10}$	0	9	6	1	4	5	4	1	6	9

Подходят b : 0, 4, 5, 9

1 случай) $b=0$ тогда $a=10$ - (из $a+b=10$)
 $\Rightarrow$ противоречие

2 случай) $b=4$ тогда $a=10-4=6$

Из третьего условия $a \equiv abc \pmod{10} \Rightarrow$

$$\Rightarrow a \equiv 24c \pmod{10} \Rightarrow 6 \equiv 24c \pmod{10}$$

$\Rightarrow 6 \equiv 4c \pmod{10} \Rightarrow$ единственное подходящее $c=9$ ~~поменяю~~
 (в этом легко убедиться перебором) $\Rightarrow$ Первый ответ 644

3 случай) $b=5$ тогда $a=5$

$$a \equiv 25c \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 5c \pmod{10} \Rightarrow$$

$5 \equiv 5c \pmod{10} \Rightarrow$ Подходят любое четное

c : Ответы: 551, 553, 555, 557, 559

4 случай) $b=9 \Rightarrow a=1$

$$a \equiv 9c \pmod{10} \quad 1 \equiv 9c \pmod{10}$$

Перебором легко убедиться что единственное подходящее $c=9 \Rightarrow$ Еще одно решение 199

Ответ 644, 551, 553, 555, 557, 559, 199
 +

Пусть шахматисты это вершины графа, а их сыгранные между собой партии после 5 туров шахматисты это ребра

Тогда степень каждой вершины 2 (после 5 туров каждый шахматист сыграл 5 партий с другими $\Rightarrow$ он сыграл только с 2-мя)

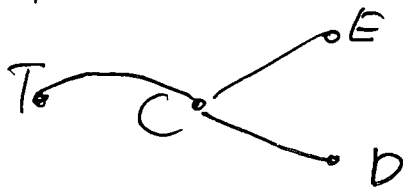
1 случай) граф связный

Выберем произвольную вершину A и дадим ей номер 1. Подем по ребру к одному из



ее соседей B и дадим B номер 2. Будем ходить по графу до тех пор пока не сможем попасть в новую вершину. Заме-

тим, что так как степень каждой вершины 2 то таким образом мы обойдем все ~~ребра~~ вершины. Иначе есть вершина C, такая что ~~мы~~



были у обеих ее соседей E и D, она соединена с вершиной B которой мы не были (T), но так как C мы же

прошли то у нее есть еще 2 соседа E и D через которых мы прошли C $\Rightarrow$ противоречие

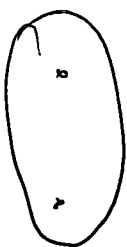
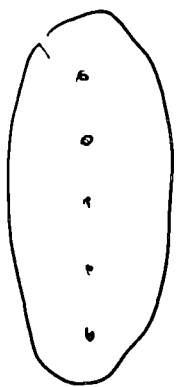
Тогда есть пронумерованный путь из всех вершин. Его всегда можно разбить на пары вида $(2i+1, 2i+2) \in V_0$ и провести 6 тур (четных и нечетных вершин по 3 штуки) 2

2 случай) есть 2 компоненты связности

Если обе эти компоненты имеют равное количество вершин, то можно поступить так в 1 случае с каждой компонентой отдельно провести 6 тур.

Иначе обе компоненты четные:

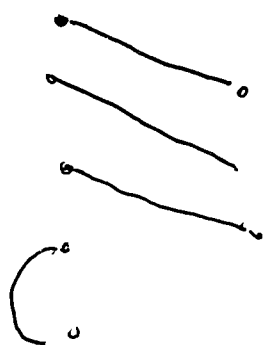
Тогда из 1 вершиныбить не может (степень ее будет 0 а не 2) то возможен единственный случай в одной компоненте 3 вершины, в другой 5



Приведем пример как это возможно показать:

Здесь 6 ребра будут считаться сыгранными партиями

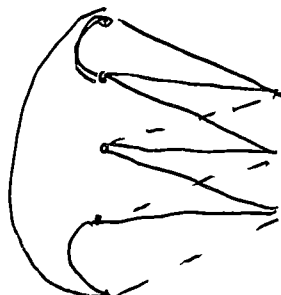
1 тур)



2 тур)



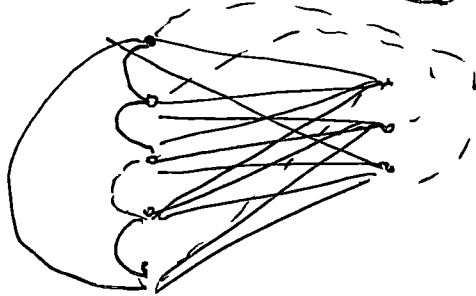
3 тур)



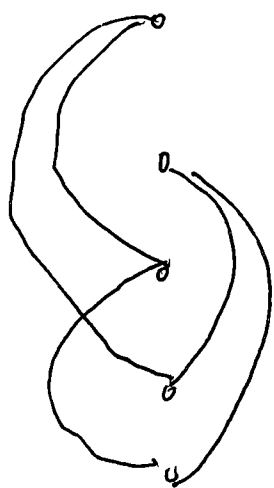
4 тур)



5 тур)



Ребрами считаем все выигрышные партии
Получилось что после 5 туров граф
выглядит так



Рассмотрим вершины
A, B, C они могут
играть только друг
с другом но на паре
их разбить нельзя $\Rightarrow$
6 тур невозможен

Ответ можно

н.ч

Заметим (случай)

~~н.ч~~ $x, y, z > 2$ неверно

1) z — не самая большая из ~~xxx~~ x, y, z иначе

$$2^{xy} z = 22^{xy-1} + 22^{xy-2} + 22^{xy-2} \geq 2^{x+y} + 22^{x+y} +$$

$$+ z 2^{x+y} \quad (\text{так как } x, y > 2 \Rightarrow \text{не могут}$$

$$\text{умалая общность будем считать } x > y \quad xy-2 \geq x-2 > x \geq x+y) \Rightarrow 2^{xy} z > 2^{x+y} (x+y+z) \text{ совпадает}$$

2) Если (x, y, z) — решение то и (y, x, z)
решение $\Rightarrow$ Не умалая общность дальше
будем считать, что $x > y$

$$\text{из } ① \Rightarrow x \geq z \quad x \geq y$$

$$2^{x+y} (x+y+2) \leq 2^{x+y} \cdot 3x \leq 2^{2x} \cdot 3x$$

$$2^{xy} z \geq z \cdot 2^{3x} \geq 2 \cdot 2^{3x} = 2^{3x+1}$$

$$2^{3x+1} \vee 2^{2x} \cdot 3x \Leftrightarrow$$

$$2^{x+1} \vee 3x$$

2^{x+1} ВОЗР ОБИСТРЕЕ ЧЕМ $3x$

и ~~PP~~ корень уравнения

$$2^{x+1} = 3x \text{ меньше } 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{x+1} > 3x \checkmark \Rightarrow$$

$$2^{xy} z \geq 2^{x+y} (x+y+2) \Rightarrow \text{хотя об } 1 \text{ переменной меньше } 3$$

~~2 случая) такая ситуация переменной равна 2~~
~~остальные > 2~~

$$2.1) \text{ ~~z=2~~ } z = 1, 2 \quad x, y > 2$$

$$2^{xy+1} = 2^{x+y} (x+y+2)$$

можно воспользоваться

случаем 1

и показать

что решений нет

3 случая ~~2.2)~~ $y = 2$ $x > 2$

$$2^{2x+1} z = 2^{x+2} (2+x+2) \quad \text{можно было}$$

$$2 \text{ случая) } z = 2 \quad x, y > 2 \quad x > y$$

$$2^{xy+1} = 2^{x+y} (x+y+2)$$

$$2^{xy+1} \geq 2^{3x+1}$$

$$2^{x+y} (x+y+2) \leq 2^{2x+1} (x+1) \checkmark$$

$$2^{3x+1} > 2^{2x+1} (x+1) \Rightarrow \text{невозможно} \checkmark$$

случай) $z=1$ ~~дополнительно рассмотреть~~ $x, y > 2$ $x \geq y$ ~~случай~~

$$2^{xy} = 2^{x+y} (x+y+1)$$

$$2^{xy} \geq 2^{3x}$$

$$2^{x+y} (x+y+1) \leq 2^{2x+1} (x+1)$$

$$2^{3x} \not\geq 2^{2x+1} (2x+1) \text{ при } x > 2 \quad - \text{случай невозможен}$$

4 случай) $y=2$ $x, z > 2$

$$2^{2x} z = 2^{x+2} (x+2+2)$$

$$4) z \geq x$$

$$2^{2x} \not\geq 2^{x+2} (x+2+2) \leq 3z 2^{x+2} \not\leq 3z 2^{x+2}$$

$$2^{2x} z \not\geq 3z 2^{x+2} \Leftrightarrow 2^{x-2} \not\geq 3 \text{ при } x > 3$$

$$\text{при } x=3 \quad z 2^6 = 2^5 (5+2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2z = 5+z \quad z=5 \quad \text{ответ: } x, y, z = \underline{\underline{(3, 2, 5)}}$$

$$\text{ответы } x, y, z = (3, 2, 5), (2, 3, 5)$$

~~5 случай) $y=1$ x, z~~

$$4) z) \quad x \geq z$$

$$2^{2x} \geq 3 \cdot 2^{2x}$$

$$2^{x+2} (x+2+2) \leq 3x 2^{x+2}$$

$$3 \cdot 2^{2x} \geq 3x 2^{x+2} \text{ при } x > 4$$

$$x=4) \Rightarrow 2^8 z = 2^6 (6+z) \Rightarrow 4z = 6+z$$

$$z=2$$

$$\text{решения } x, y, z = (4, 2, 2), (2, 4, 2)$$

$$x=3) \quad 2^6 z = 2^5 (5+z) \Rightarrow z=5 - \text{совмещение с 4,1) } \underline{\underline{\text{использована тройка}}}$$

5 случай) $y=1$

$$2^x z = 2^{x+1} (x+1+2) \quad | : 2^x$$

$$z = 2(x+1+2) > z \quad - \text{противоречие}$$

Случай $x, y = 1, 2$ уже были рассмотрены
в решениях симметричных с $y=1, 2$

6 случай) $x, y \leq 2$

$$6.1) x, y = (2, 2)$$

$$2^4 z = 2^4 (4+2) \quad - \text{противор}$$

$$z = 4+2 \Rightarrow z=0 \quad \text{противоречие}$$

$$6.2) x, y = (2, 1)$$

$$2^2 z = 2^3 (3+2) > z \quad \text{противоречие}$$

Случай $x, y = (1, 2)$ симметричен

7 случай) $y, z \leq 2$

$$7.1) (y, z) = (2, 2)$$

$$2^{2x} z = 2^{x+2} (x+4) \Rightarrow 2^{x-1} = x+4$$

(2^{x-1} возрастает быстрее $x+4 \Rightarrow 2^{x-1} = x+4$ имеет

одну корень ~~при $x=3$ $2^{x-1} \leq x+4$ при $x=4$~~

~~$x=4$ - корень~~) Это решение было пос-
читано в 4 случае)

$$7.2) (y, z) = (1, 2)$$

$$2^x z = 2^{x+1} (x+3) \Rightarrow z = 2(x+3) \Rightarrow x=-2$$

невозможно

дополнительно имеет $x \geq 2$
7 3) $(y, z) = (2, 1)$

$$2^{2x} = 2^{x+1} (x+3) \Rightarrow$$

$$2^x = 2x + 6 \quad (2^x \text{ растет быстрее } 2x+6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \text{ корень при } x=3 \quad 2^x < 2x+6 \text{ при}$$

$$x=4 \quad 2^x > 2x+6 - \text{натурального корня нет}$$

Случай $(x, z) \leq 2$, рассматривается

аналогично

Случай когда все 3 переменные меньше
2 аналогичны 7 случаю, там или выключают
в себя все условия случая 7

Ответ $(3, 2, 5) (2, 3, 5) (4, 2, 2) (2, 4, 2)$

Разобраться не все
случаи
Есть ошибки при записе
неравенств

7

