



3101927330587

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЕРМАЧКОВ

Имя ИВАН

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 12 02 2008

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория МЧ 15

Телефон 89161159172

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101927330587

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 03

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Итоговый балл

40

Подпись

члена жюри №1

Подпись

члена жюри №2

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N1

$$X = \overline{abc} = 100a + 10b + c \quad \boxed{a \neq 0} \quad a \in [1, 9] \quad b \in [0, 9] \quad c \in [0, 9]$$

ca = последней цифре $(a+b+c)$

b = последней цифре $(ab+bc+ca)$

a = последней цифре abc

Будем считать, что a - первая цифра, b - вторая, c - последняя

Решение:

а) ① a = последней цифре abc , $a \neq 0 \Rightarrow abc \neq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \\ c \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b+c \geq 3 \\ ab+bc+ca \geq 3 \\ abc \geq 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} a \in [1, 9] \\ b \in [1, 9] \\ c \in [1, 9] \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} a+b+c \in [3, 27] \\ ab+bc+ca \in [3, 243] \\ abc \in [1, 729] \end{matrix}$$

② Пусть $c=1$ Тогда $\begin{cases} a+b+c=11 \\ a+b+c=21 \end{cases}$

$$\begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \end{cases} \quad \text{но } \begin{cases} a \leq 9 \\ b \leq 9 \end{cases} \Rightarrow a+b \leq 18 \rightarrow \text{X}$$

Пусть $c=2$ Тогда $\begin{cases} a+b+c=12 \\ a+b+c=22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \end{cases}$

$$\begin{cases} a+b=10 \\ c=1 \end{cases}$$

$ab+bc+ca = ab+b+a = ab+10$
Последняя цифра $ab+10$ = последней цифре ab равно b

При этом a = последней цифре abc = последней цифре ab

Тогда $a=b$, $a+b=10 \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=5 \\ c=1 \end{cases} \quad a=b=\text{последней цифре } ab$

③ Пусть $c=2$ Тогда

$$\begin{cases} a+b+c=12 \\ a+b+c=22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=10 \\ a+b=20 \end{cases}$$

$$a+b \leq 18 \rightarrow \text{X}$$

$ab+bc+ca = ab+2b+a = ab+2(a+b) = ab+20$
Последняя цифра $ab+20$ = последней цифре ab = b

При этом a = последней цифре $2ab$

~~возможные варианты~~



~~возможные варианты~~

ab	$2ab$	последняя цифра $ab=6$	последняя цифра $2ab-a$	Получили или нет
1	2	1	2	нет
2	4	2	4	нет
3	6	3	6	нет
4	8	4	8	нет
5	10	5	0	нет
6	12	6	2	нет
7	14			

Тогда

$$\begin{cases} c=2 \\ a = \text{последней цифре } 2ab \\ b = \text{последней цифре } ab \end{cases}$$

То есть b умножили на a и последняя цифра не изменилась. Тогда $a \neq 1$ (цифра сама собой)

$$\begin{cases} a=6 \\ b=6 \\ a=8 \\ b=5 \end{cases}$$

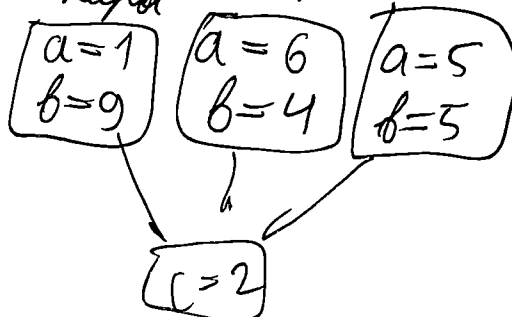
Выпишем все такие возможные пары:

В каждой строке таблицы последняя цифра числа ab

$a \backslash b$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	0	2	4	6	8
3	3	6	9	2	5	8	1	4	7
4	4	8	2	6	0	4	8	2	6
5	5	0	5	0	5	0	5	0	5
6	6	2	8	4	0	6	2	8	4
7	7	4	1	8	5	2	9	6	3
8	8	6	4	2	0	8	6	4	2
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1

При этом $a+b=10$

Тогда нам подходят пары



Заметим также, что при $\forall c \in [39]$, поскольку последняя $a+b+c$ = цифра $a+b+c=c$, то

$$a+b=10$$

($a+b=0$ невозможно, $a+b \geq 20$ невозможно)

Рассмотрим возможные пары чисел (a, b)

Бланк ответов

$a=1$ $b=9$	$a=2$ $b=8$	$a=3$ $b=7$	$a=4$ $b=6$	$a=5$ $b=5$	$a=6$ $b=4$	$a=7$ $b=3$	$a=8$ $b=2$	$a=9$ $b=1$
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

При этом $\forall c \in [1, 9]$

9 пар

последняя цифра $(b+bc+ca) = b$

$$ab+bc+ca = ab+c(b+a) = ab+10c$$

Последняя цифра $ab+10c =$ последней цифре ab

Тогда последняя цифра $(ab) = b$, а последняя 4 цифра $(abcd) = a$

Проверим все девять возможных пар

① $\begin{cases} a=1 \\ b=9 \end{cases} \Rightarrow ab=9 \Rightarrow$ познакомим
Какие c подойдут?
 $abc = 9c$, последняя цифра $(9c) = a = 1$
Тогда $c=9$

② $\begin{cases} a=2 \\ b=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=16 \\ b=8 \end{cases} \Rightarrow$ не познакомим

③ $\begin{cases} a=3 \\ b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=21 \\ b=7 \end{cases} \Rightarrow$ не познакомим

④ $\begin{cases} a=4 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=24 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow$ не познакомим

⑤ $\begin{cases} a=5 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=25 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow$ познакомим Какие c подойдут?
 $abc = 25c$, последняя цифра $(25c) = a = 5$
Тогда $a \neq c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑥ $\begin{cases} a=6 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=24 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow$ познакомим Какие c подойдут?
 $abc = 24c$, последняя цифра $(24c) = a = 6$

⑦ $\begin{cases} a=7 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=21 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow$ не познакомим

⑧ $\begin{cases} a=8 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=16 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow$ не познакомим

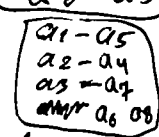
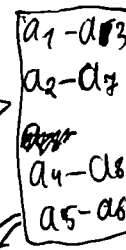
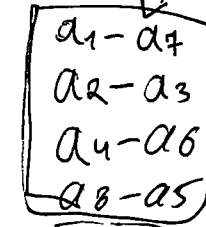
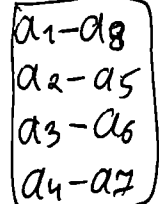
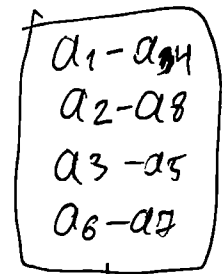
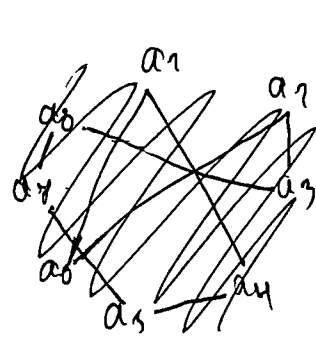
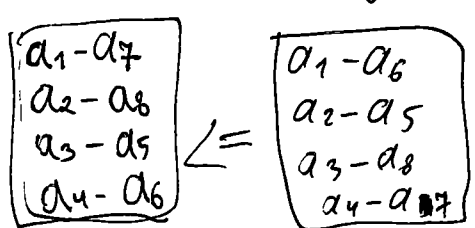
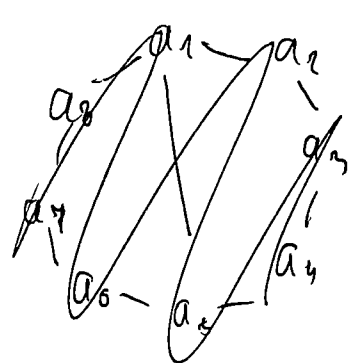
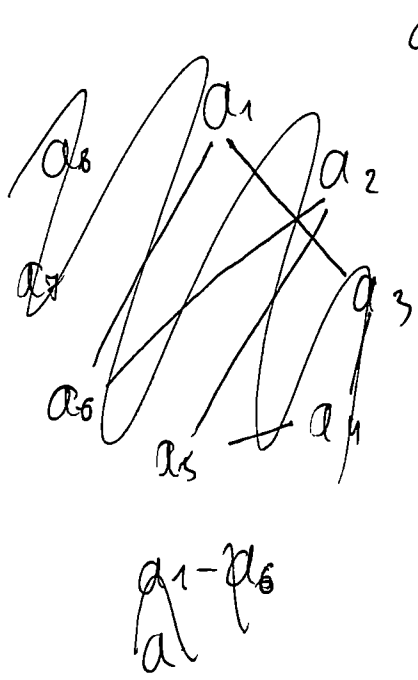
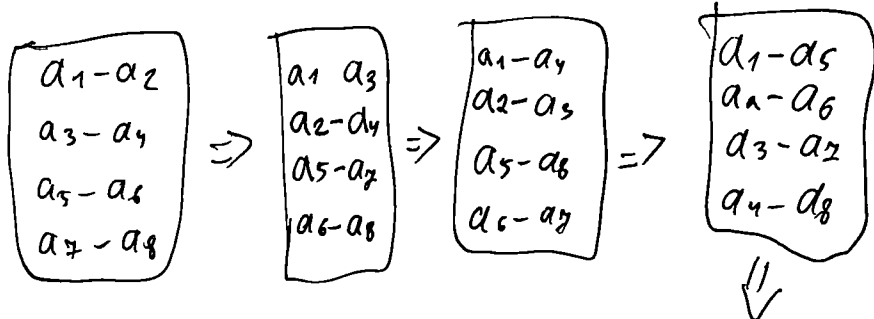
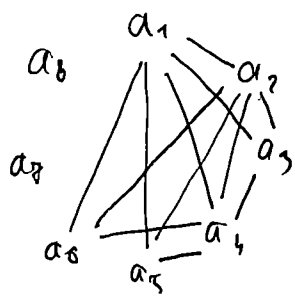
⑨ $\begin{cases} a=9 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=9 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow$ не познакомим

24 1 = 24
24 2 = 48
24 3 = 72
24 4 = 96
24 5 = 120
24 6 = 144
24 7 = 168
24 8 = 192
24 9 = 216

$\Rightarrow \begin{cases} C=4 \\ C=9 \end{cases}$

Ответ $\begin{cases} a=1, b=9, c=9 \\ a=5, b=5, c=1 \\ a=5, b=5, c=3 \\ a=5, b=5, c=5 \\ a=5, b=5, c=7 \\ a=5, b=5, c=9 \end{cases}$
или $\begin{cases} a=6, b=4, c=4 \\ a=6, b=4, c=9 \end{cases}$

N2



Ответ да, можно

Пример

Первый мур	Второй мур	Третий мур	Четвертый мур	Пятый мур
a_1-a_4	a_1-a_8	a_1-a_2	a_1-a_3	a_1-a_5
a_2-a_8	a_2-a_5	a_2-a_3	a_2-a_7	a_2-a_4
a_3-a_5	a_3-a_6	a_4-a_8	a_4-a_6	a_3-a_7
a_6-a_7	a_4-a_7	a_8-a_5	a_5-a_8	a_6-a_8

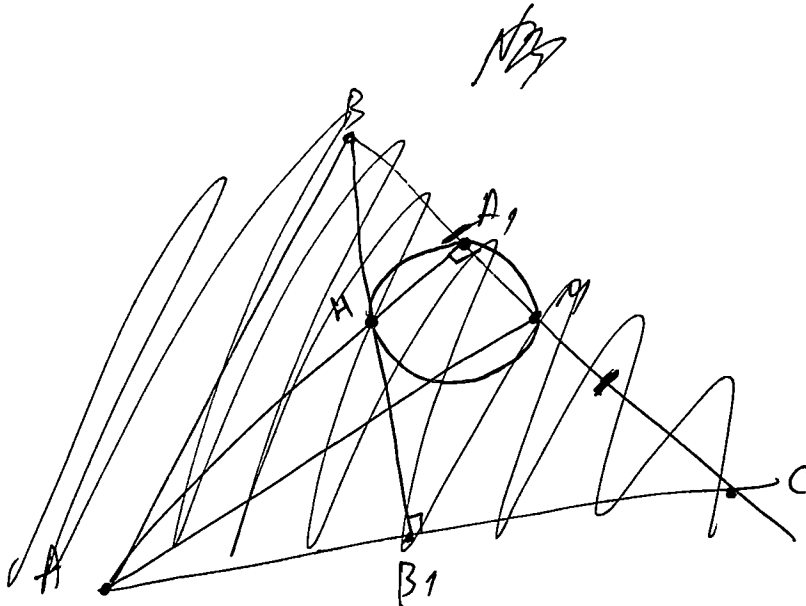
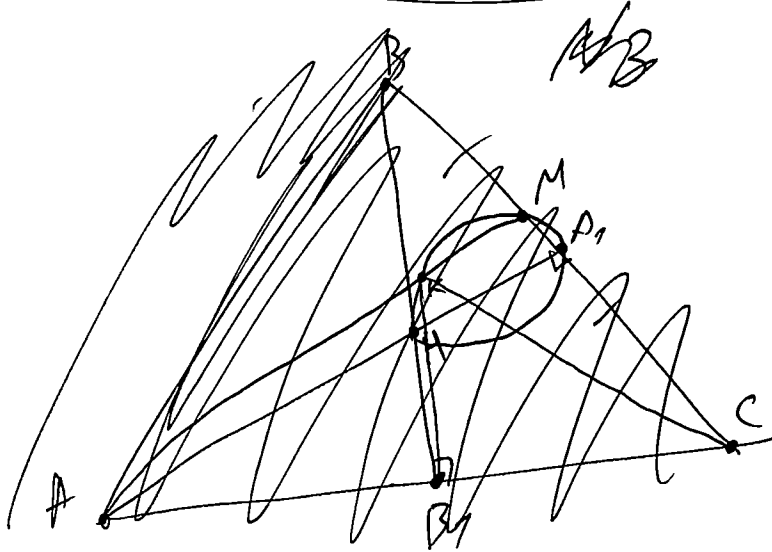
где $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ — различные
Заметим, что шестой мур провести невозможно, т.к.
 a_1 должен играть с a_2 или a_6 , a_6 должен играть с a_1 или
 a_2 должен играть с a_1 или a_6 , $a_2 \Rightarrow$ Тогда если какие-то
двух из них обидеть.

Бланк ответов

Нить в этом туре, то третий останется
без пары



Ответ да, можно



$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad N_4$$

$$2^{xy} \cdot z - 2^{x+y} (x+y+z) = 0$$

$$\log_2(2^{xy} z) = \log_2(2^{x+y} (x+y+z))$$

$$\log_2 2^{xy} + \log_2 z = \log_2 2^{x+y} + \log_2 (x+y+z)$$

$$xy + \log_2 z = x+y + \log_2 (x+y+z)$$

$$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$2^{xy-x-y} \cdot z = x+y+z \quad \text{for } x, y, z \in \mathbb{N} \Rightarrow 2^{xy-x-y} z \in \mathbb{N}$$

$$\boxed{z = \frac{x+y+z}{2^{xy-x-y}}} \Rightarrow \frac{x+y+z}{2^{xy-x-y}} - \text{целое число} \Rightarrow \log_2(x+y+z) \in \mathbb{N}$$

не обязательно

$$2^{xy-x-y} \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} xy + \log_2 z &= x+y + \log_2(x+y+z) \\ \{x \in \mathbb{N} \Rightarrow \{xy \in \mathbb{N} \\ y \in \mathbb{N} \Rightarrow \{x+y \in \mathbb{N}, \log_2(x+y+z) \in \mathbb{N} \\ \log_2 z \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

z - целое число

$$2^{xy-x-y} z - z = x+y$$

$$z(2^{xy-x-y} - 1) = x+y$$

$$x+y \in \mathbb{N} \Rightarrow 2^{xy-x-y} - 1 \neq 0 \Rightarrow xy-x-y \neq 0 \Rightarrow xy \neq x+y$$

$$\boxed{z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y} - 1}}$$

$$\begin{aligned} x &\neq 2 \\ y &\neq 2 \end{aligned}$$

Сравним числа xy и $x+y$ при $x > 2, y > 2$ $x, y \in \mathbb{N}$

Сравним числа

Продолжение задачи №4 Числовик

Сравним числа xy и $x+y$ при $x > 2, y > 2$ $x, y \in \mathbb{N}$
Пусть $y \geq x$

Тогда $xy > 2y$, а $x+y < 2y \Rightarrow xy > x+y$

Более того, заметим, что $xy \geq 3y$, $x+y \leq 2y$

Тогда $xy - x - y \geq y$

$xy - x - y \geq 2$, а точнее $xy - x - y \geq 3$

Тогда

$$2^{xy-x-y} \geq 8 \Rightarrow 2^{xy-x-y} - 1 \geq 7$$

$$x+y \leq 2y$$

Заметим также, что

$$2^{xy-x-y} - 1 \geq 2^y - 1 \geq x+y \Rightarrow$$

$$\boxed{x=2, y=2}$$

Тогда вернётся

$$\frac{x+y}{2^{xy-x-y} - 1} \text{ при } x > 2, y > 2$$

меньше единицы

см

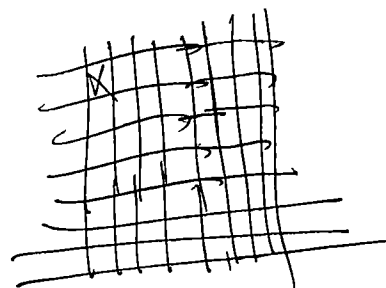
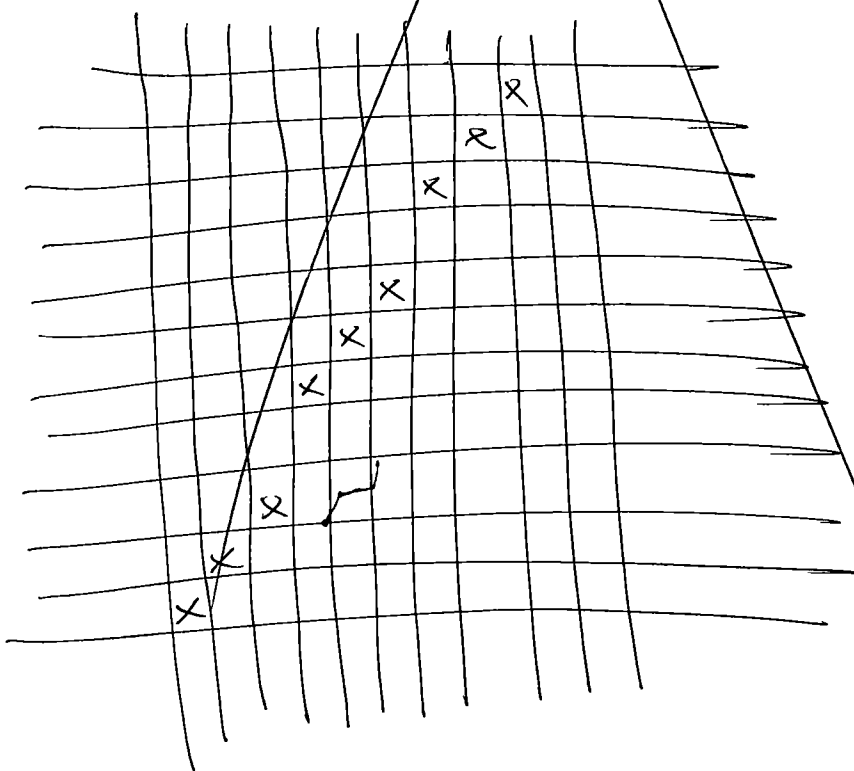
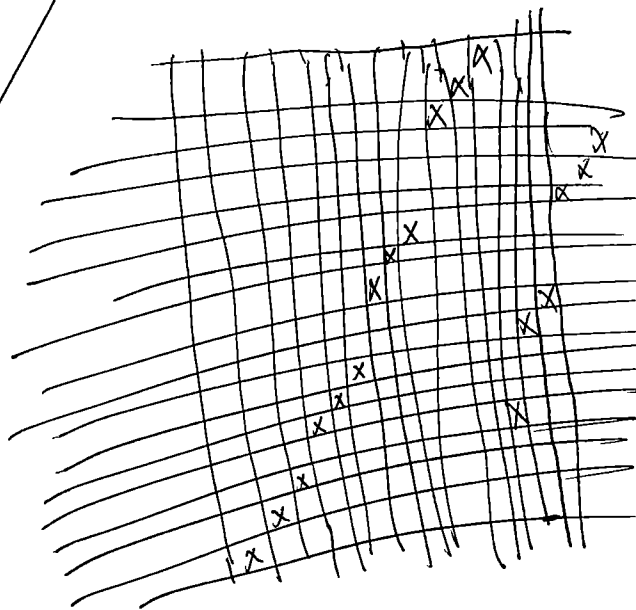
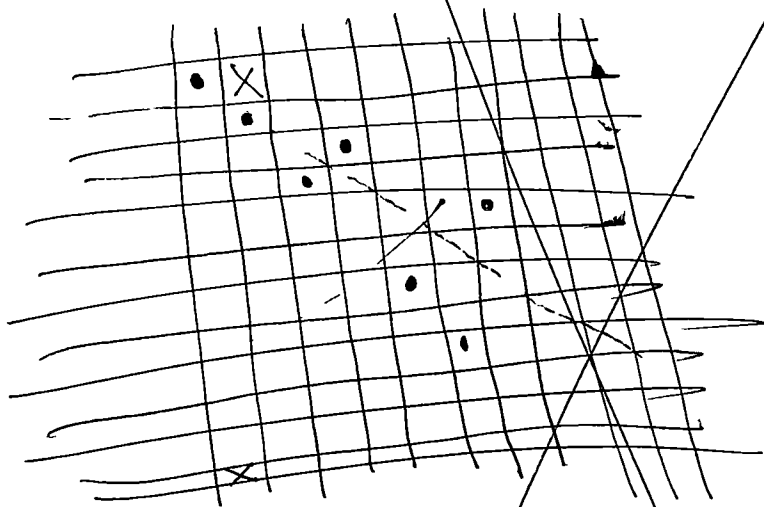
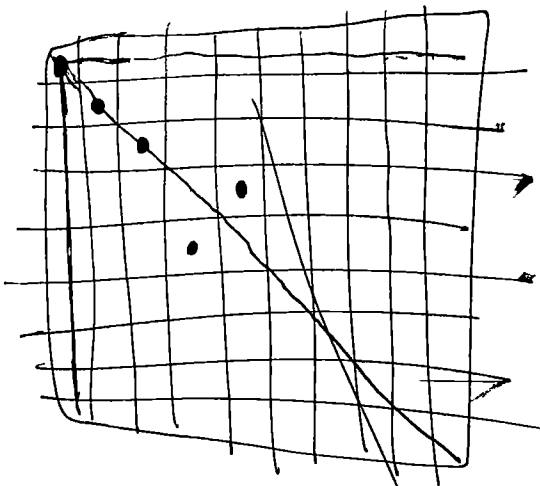
$$\frac{x+y}{2^{xy-x-y} - 1} < 1$$

№5

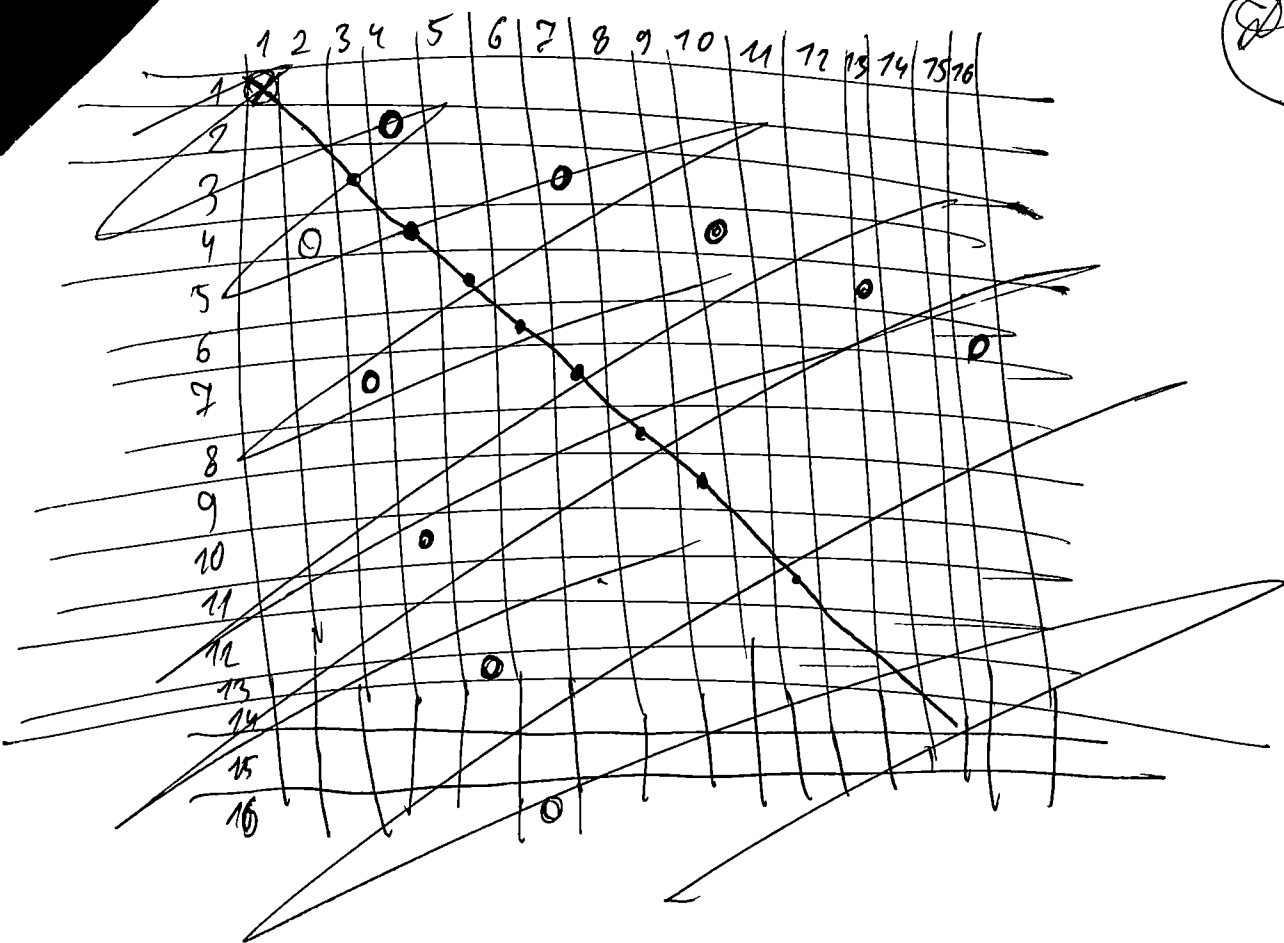
n

Вид Векто в точке нап есмв
n символов, n строк

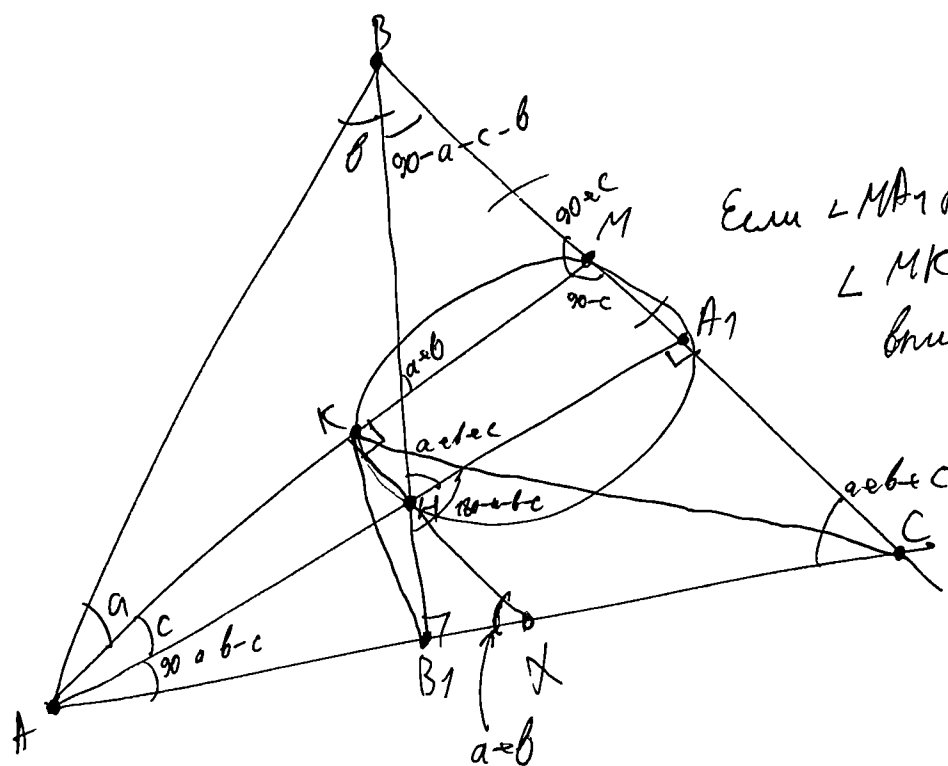
n



Don't see a2
H



№3 Числовик, Программирование



Если $\angle MA_1H = 90^\circ$, то
 $\angle MKH = 90^\circ$, т.к. $MKNH$ -
 вписанный четырехуголь-
 ник

Тогда $\angle KHA_1 = 90^\circ - c$

$$\Downarrow$$

$$\angle KHB = 90^\circ$$

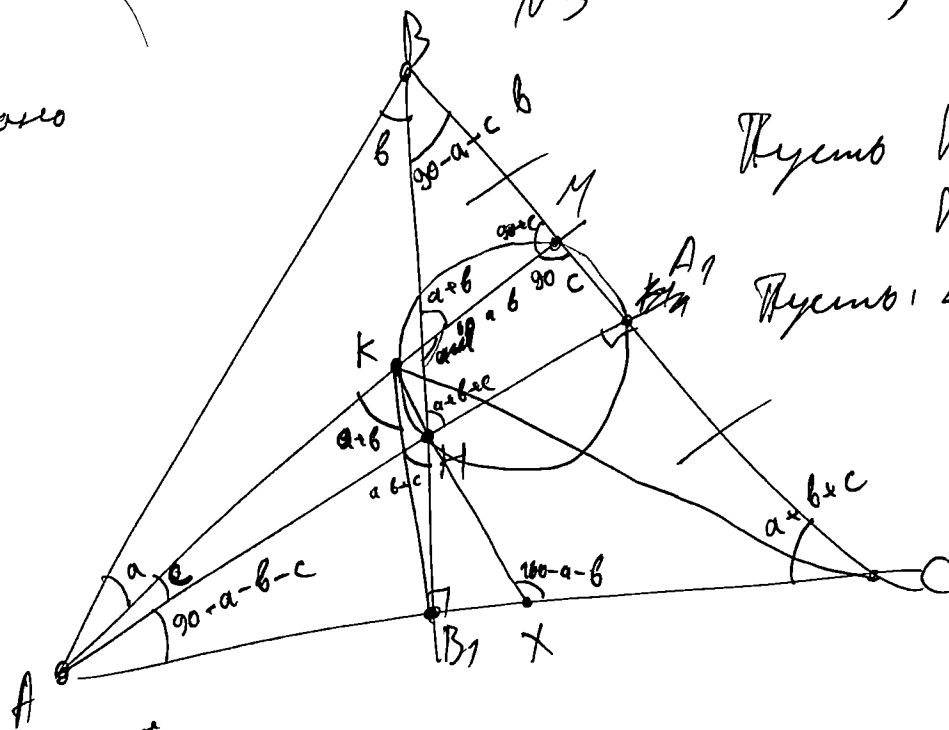
$$= 90^\circ - a - b$$

Помог. Будем действовать на эти "произведения" строго
 такие, (по тому же алгоритму, что и в первой части
 таблицы), чем свели задачу к прео. соответствующего, в
 правой части таблицы также ниспавне 3⁴ упрощение
 будут лежать на одной прямой. Через сколько-то шагов
 повторений алгоритма вся таблица будет заново

Доказано

№3 Числовик, ~~программ~~

Дано

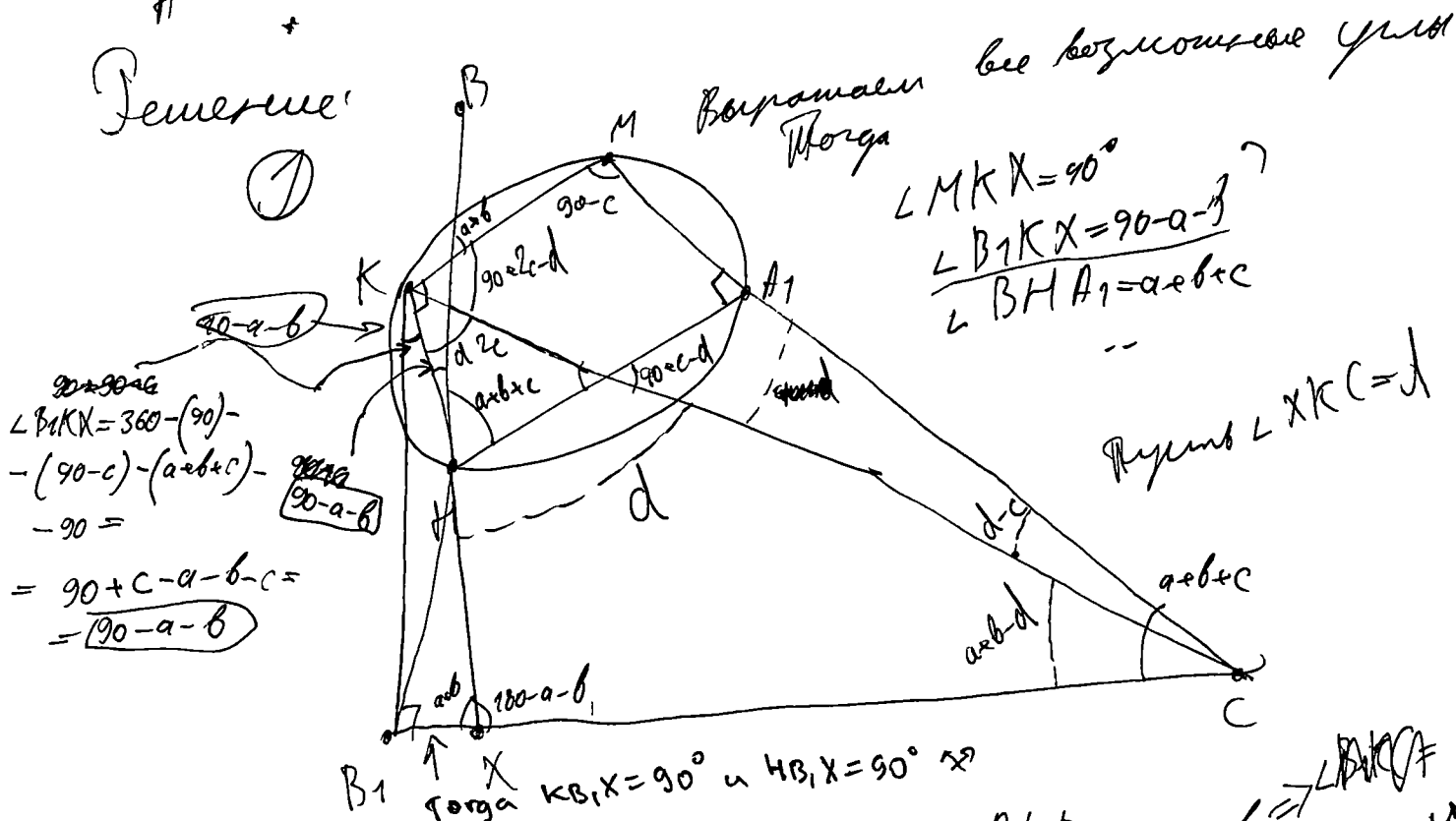


Пусть $X \in$ ~~прямой~~ KH
 $X \in AC$

Пусть: $\angle BAM = \alpha$
 $\angle ABB_1 = \beta$
 $\angle KAA_1 = \gamma$

Решение:

①



$$\begin{aligned} \angle B_1 K X &= 360 - (90) - \\ &- (90 - \gamma) - (\alpha + \beta + \gamma) - \\ &- 90 = \\ &= 90 + \gamma - \alpha - \beta - \gamma = \\ &= 90 - \alpha - \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle MKX &= 90^\circ \\ \angle B_1 K X &= 90 - \alpha - \beta \\ \angle BHA_1 &= \alpha + \beta + \gamma \end{aligned}$$

Пусть $\angle XKC = \delta$

$B_1 \uparrow X$ тогда $\angle KB_1X = 90^\circ$ и $\angle HB_1X = 90^\circ$?

② $\angle B_1KM = 90 - \alpha - \beta + 90 = 180 - \alpha - \beta \Rightarrow \angle AKB_1 = \alpha + \beta \Rightarrow \angle B_1KA = \alpha + \beta$
 ③ $\triangle AA_1C \sim \triangle BB_1C$ по двум углам $\Rightarrow$ у них соответствен-
 ные элементы пропорциональны $\Rightarrow$?

пример:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1																				
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
7																				
8																				
9																				
10																				
11																				
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				
19																				
20																				

"тройки квадратов"

Всего в таблице $n \times n$
и строк, и столбцов

Начнем с минуса и в
угла и в каждый столбец
начнем выводить
квадраты, каждый раз сдвигаясь
по диагонали вверх и
вправо. При выборе
каждого 4-ого квадра-
тика будем сдвигать-
ся на один вверх,
сначала на один квадрат,
потом на 2 и т.д.

Но если при выборе

4-ого квадрата нужно сдвинуться дополнительно
на один вверх, при выборе 8-ого - на 2 вверх и т.д.
Таким образом, мы выведем 4 квадрата центра
квадратов не будут лежать на одной прямой, ведь
"тройки квадратов" каждый раз сдвигаются.

не доказано

Таким образом, получится
выбрав

Каждая последующая "тройка
квадратов" занимает на одну
строку больше. Первая - три стро-
ки, вторая - четыре и т.д.

$$m \in 3 + 4 + 5 + \dots + k = n, \text{ где } k - \text{ка-во строк минус}$$

$$\left(\frac{k+3}{2}\right)(k-2) = n$$

столько квадратов
получится выбрать

Правая часть формулы при этом останется
неизменной. Поскольку мы пропустили
каждый строк, то необходимо выбрать количество
из правой части таблицы на этих строках.

т.е. центр не
будет лежать
на одной прямой
потому что
если прямая
пересекает
три тройки
квадратов,
то прямая 4-го
останет
пересекать,
т.к. все тройки выше
будут симметрично
высоко, а ниже -
симметрично низко

