



3101380526166

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия БОБРОВ

Имя ИЛЛЯ

Отчество АЛЕКСАНДРОВИЧ

Дата рождения 14 06 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Э514

Телефон +79089053862

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101380526166

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия С К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	—	0	—					
Балл члена жюри №2	6	20	—	0	—					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Задание 1

Без ограничения общности будем считать, что
 a - ~~цифра~~ ^{цифра} в разряде сотен (при их перестановке условие не изменится)
 b - ~~цифра~~ ^{цифра} в разряде десятков
 c - ~~цифра~~ ^{цифра} в разряде единиц

Тогда для числа abc известно, что

$$① \quad c \equiv_{10} a + b + c$$

$$② \quad b \equiv_{10} ab + bc + ca$$

$$③ \quad a \equiv_{10} abc$$

Рассм ① $c \equiv_{10} a + b + c \quad / - c$
 $a + b \equiv_{10} 0 \Rightarrow a + b = 10$ т.к. a, b - цифры, а a не равно нулю, т.к. число трехзначное

Рассм ③ $a \equiv_{10} abc \quad / \cdot a$ [делить на a нельзя если $\text{НОД}(a, 10) \neq 1$]
 $bc \equiv_{10} 1$ ↓ неверный переход

$$\Rightarrow \begin{cases} bc = 1 \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ c=1 \end{cases} \\ bc = 21 \Rightarrow \begin{cases} b=3 \\ c=7 \end{cases} \\ bc = 81 \Rightarrow \begin{cases} b=9 \\ c=9 \end{cases} \end{cases}$$

Рассм ②

$$b \equiv_{10} ab + bc + ca$$

Тогда $\overset{10}{1}bc + ca = bc + a(bc) \equiv_{10} 1 + a(bc)$

Продолжение задания 1

Тогда $\begin{cases} b=c=1 \\ b+c \equiv_{10} 2 \\ b \equiv_{10} 1+2a \end{cases} \xrightarrow{(-1)} 2a \equiv_{10} 0 \xrightarrow{a \neq 0} a=5, \text{ но } 5+1 \neq 10 \text{ (не подходит)}$

$\begin{cases} b+c=10 \\ \begin{cases} b=3 \\ b=7 \end{cases} \\ b \equiv_{10} 1 \end{cases} \rightarrow \text{противоречие}$

$\begin{cases} b=c=9 \\ b+c=18 \\ b \equiv_{10} 1+8a \end{cases} \xrightarrow{(-9)} 8a-8 \equiv_{10} 0$

$8(a-1) \equiv_{10} 0$

$8(a-1) \equiv_{10} 0$

$4(a-1) \equiv_5 0$

только эта скобка может делиться на 5
 $a-1 \equiv_5 0 \Rightarrow \begin{cases} a=6, \text{ но } a+b=6+9 \neq 10 \text{ (не подходит)} \\ a=1 \end{cases}$
 и $a+b=1+9=10$

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=9 \\ c=9 \end{cases} \Rightarrow \overline{abc} = 199$

Ответ 199 ✓

Задание 2

Да, может

Пусть есть игроки 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8

Тогда обозначения a, va и b будут показывать партию между игроками a и a , в каждом туре

Тогда, если на первых 5 турах игроки распределены следующим образом

$$\textcircled{1} \begin{cases} 1 \vee 4 \\ 2 \vee 5 \\ 3 \vee 6 \\ 7 \vee 8 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} 1 \vee 5 \\ 2 \vee 6 \\ 3 \vee 7 \\ 4 \vee 8 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 1 \vee 6 \\ 2 \vee 7 \\ 3 \vee 8 \\ 4 \vee 5 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 1 \vee 7 \\ 2 \vee 8 \\ 3 \vee 4 \\ 5 \vee 6 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} 1 \vee 8 \\ 2 \vee 4 \\ 3 \vee 5 \\ 6 \vee 7 \end{cases}$$

То игроки 1, 2 и 3 уже сыграли со всеми, кроме друг друга, и когда будет образована тройка из пар $\begin{cases} 1 \vee 2 \\ 1 \vee 3 \\ 2 \vee 3 \end{cases}$ для шестого тура, остальные

мужа игроку придется играть с кем-то из 5ти игроков, с которыми он уже играл

+

Ответ Да

Задача 4

Мусиб
~~Х~~ $X=1$

$$2^{x+2} Z = 2^{x+y} (x+y+Z) \quad x, y, Z \in \mathbb{N}$$

$$2^2 Z = 2^{y+1} (x+y+Z)$$

$$Z = 2 + 2y + 2Z \Rightarrow Z = -2y - 2 \quad \text{О}$$

окажется с $y=1 \Rightarrow x \geq 1, Z \geq 1$

$$(2^x)^2 Z = 2^x 2^y (x+y+2) \quad \nearrow \cdot 2^x$$

$$(2^x)^{y-1} Z = 2^y (x+y+2)$$

$$\underline{2^{x(y-1)}} \cdot \underline{Z} = \underline{2^y} Z + 2^y y + 2^y x$$

$$Z(2^{xy-x} - 2^y) = 2^y(x+y)$$

когда $x(y-1) \geq y$ $\downarrow y \geq 1$

$$2^{3-2} \neq 2^{3-1}$$

неверный переход

$$x \geq \frac{y}{y-1} \leq 2$$

$$x(y-1) = y \quad \text{при } x=2 \text{ и } y=2$$

$$\text{тогда } Z = 0 = 2^2(2+2)$$

в остальных случаях

$$x(y-1) > y$$

когда $Z \cdot (2^{xy-x-y} - 2^y) = 2^y(x+y)$

$$xy - x - y \geq y$$

$$xy - x - 2y \geq 0$$

$$x(y-1) - 2y \geq 0$$

$$x \leq \frac{-2y}{y-1}, \text{ и т.д. когда отрицательное}$$

числа меньше или равно отрицательному, т.е. меньше

$$\Rightarrow 2^{xy-x-y} < 2^y \quad | \quad 2^y \quad 2^{xy-x-2y} < 1$$

$$Z \cdot 2^{xy - x - 2y} = x + y$$

Так как сумма натуральных x и y тоже будет натуральным числом

Тогда $Z = \frac{1}{2^{xy - x - 2y}} \cdot n$ и $n = x + y \in \mathbb{N}$
 $- \text{или } 2^t, t \in \mathbb{N}$

при $x=2$

$$Z \cdot 2^{-2} = 2+y$$

$$\frac{Z}{4} = 2+y$$

$$Z = 4y + 8$$

Такая Z находится для любого $y \in \mathbb{N}$

$$Z = \frac{x+y}{2^{(xy-x-2y)}}$$

Найдется при любых значениях x и $y \in \mathbb{N}, z \geq 2$, так как $2^t = 2^t(x+y) \in \mathbb{N}, t \in \mathbb{N}$

при $y=2$

$$Z \cdot 2^{x-4} = x+2$$

$x=2$

$$\frac{Z}{4} = 4$$

$$Z=16$$

$x=3$

$$\frac{Z}{2} = 5 \quad \emptyset$$

$x=4$ $Z=6$

$x=5$

$$Z \cdot 2 = 7$$

$$Z = \frac{7}{2} \quad \emptyset$$

$x=6$

$$Z = \frac{8}{4} = 2$$

$x=7$

$$Z = \frac{9}{8} \quad \emptyset$$

$x=8$

$$Z = \frac{10}{16} \quad \emptyset$$

3

далее знаменатель будет распадаться на простые множители

Итого найденные мной тройки

x, y, z

$2, 2, 16$

$4, 2, 6$

$6, 2, 2$

$2, y, 4y+8$

$x \geq 2, y \geq 2; \frac{x+y}{2(xy-x-2y)}$