



3101636443862

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия А Н А Н Ь Е В

Имя М А К С И М

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 2 2 1 0 2 0 0 6

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Э 4 0 4

Телефон 8 9 0 2 6 6 0 0 9 3 2

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

М. Ананьев

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101636443862

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с 1224 до 1228

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	10	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	10	0					

Итоговый балл 30

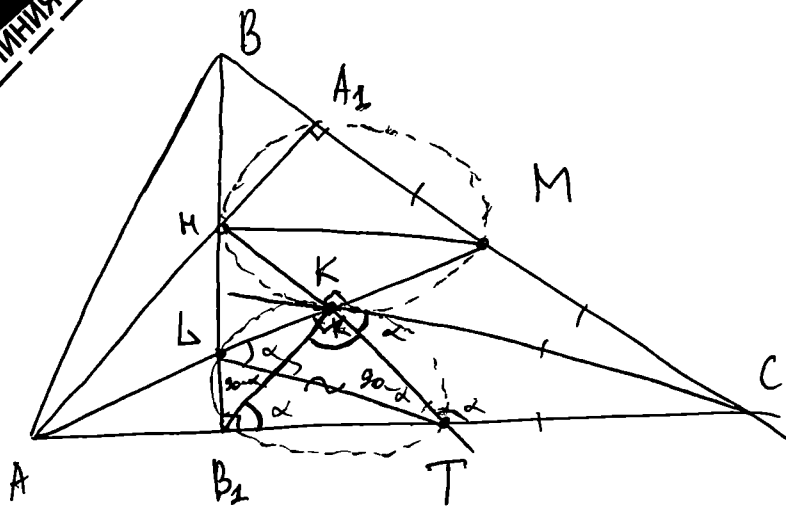
Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№3



Док тв: KT - бисс-са $\angle CKB$,

1) AA_1 - высота $\Rightarrow \angle HA_1M = 90^\circ \Rightarrow$
 HM - диаметр,

2) $\angle KKM$ опир на $HM \Rightarrow \angle KKM = 90^\circ$, $\angle$,

3) Проведем общу кас к $\angle KKM$
 $AM \cap BB_1 = L$
 $HK \cap AC = T$

окр-ти, опис са $\triangle AHM$ и $\triangle KLT$ СК!, $HK \cap AC = T$

4) $\angle LKT$ - ~~касается~~ $\angle KKM \Rightarrow \angle LKT = 90^\circ$ $\vee$
 5) $\angle BB_1T = 90^\circ$ (BB_1 - выс) $\checkmark$

$\angle KB_1T$ - выс четырех $\vee$ Не доказано что касат
 6) KC - кас $\angle TKS = \alpha \Rightarrow \angle KB_1T = \angle TBK = \alpha$ (углы между
 кас и хор-дой равен углу, опирающемуся на эту хорду),

7) $\angle KLT = \angle LKT = 90^\circ$, LT - общ ст, $\angle LB_1T = \angle KLT = \alpha$,
 то $\triangle LKT = \triangle LB_1T \Rightarrow K$ и B_1 - симметричны отн LT

8) $\angle KB_1T = \alpha$, K симметричен $B_1 \Rightarrow \angle B_1KT = \alpha$

9) $\angle B_1KT = \angle TKS = \alpha \Rightarrow KT$ - бисс-са $\angle K, KC$ $\angle Tg$
 №5

Будем доказывать индукцией по n

1 База $n=1$ - очевидна $\blacksquare$

2 Переход пусть $n \times n$ можно ~~разложить~~ ^{возврат} в квадраты. Докажем, что тогда на $n+1 \times n+1$ можно
 вернуть ещё один квадрат при добавлении ещё
 одной строки и ещё одного столбца или получаем
~~ли-1 свободных ~~элементов~~~~ ^{нет, применя} ли-1 свободных ~~элементов~~ ^{много} ли-1 свободных ~~элементов~~ ^{много}
 не найдётся 1 строка и столбец k -го не за-
 нят $\Rightarrow$ переход доказан

№4

Бланк ответов

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+1) \Leftrightarrow$$

$$z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y}-1} \Rightarrow$$

$$x+y \geq 2^{xy-x-y}-1, \text{ но}$$

Переберём $x, y \in [1, 5] \rightarrow$ есть

есть идея
дек-ва, но оно
не доведено

все ответы
неисключено

$$2^{xy-x-y}-1 \geq x+y, \text{ при } x, y \geq 5 \Rightarrow$$

достаточно проверить $x, y \leq 5$

$$\text{Док-во: } 2^{xy-x-y}-1 = 2^{(x-1)(y-1)-1}-1 \vee$$

$$2^{(x-1)(y-1)} \geq (x+y+1) 2 \vee$$

$$\text{Очевидно, что } 2^{x-1} \geq 3x \text{ при } x \geq 5 \vee$$

$$2^{(x-1)(y-1)} \geq (3x)^{y-1} \vee \text{ попробуем связать } y \rightarrow y+2,$$

$$\text{Зная, что } (3x)^{y-1} \geq (x+y+1) 2 \text{ ? Получим}$$

$$(3x)^y \geq (x+y+1) 2, 3x \geq (x+y+2) 2 \text{ (Очевидно при } x \geq 5 \text{)}$$

неравенство верно Аналогично зафиксировав y и завершим доказательство

$$2^{xy-x-y}-1 \geq x+y$$

Переберём все x, y от 1 до 5 Получим

Ответ: $(2, 3, 5), (3, 2, 5), (2, 4, 2), (4, 2, 2), (2, 5, 1), (5, 2, 1)$

№2

Пусть a, b, c - сотни, десятки, единицы не унаследованности a

$$c = (a + b + c) \mod 10 \Rightarrow a + b \equiv 0 \pmod{10}, \text{ т.е. } (a+b) \text{ делится на } 10$$

$$b = (a + b + b + c + c + a) \mod 10$$

$$a = (a + b + c) \mod 10$$

$$b \equiv (a + b + b + c + c + a) \equiv a + b + c(a + b) \equiv a + b \pmod{10} \Rightarrow$$

$$b \cdot (a + 1) \equiv 0 \pmod{10} \quad \checkmark \text{ Следовательно } b \equiv 0 \pmod{10}$$

$$b(a + 1) + (a + b) = a(b + 1) \text{ кратно } 10 \quad \checkmark$$

a - количество сотен $\Rightarrow a > 0$ (по условию)

$(0 < a \leq 9), a \in \mathbb{N}, 0 \leq b \leq 9, 0 \leq c \leq 9, a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$$(a + b) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a + b = 10 \Rightarrow b = 10 - a \quad \checkmark$$

$$a \equiv a + b + c \equiv b + c \equiv -a + c \text{ Следовательно } a(b + 1) \text{ кратно } 10 \quad \checkmark$$

$$a(b + 1) \equiv a(10 - a + 1) \equiv a(11 - a) \equiv a(1 - a) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow$$

$$a = 1 \text{ или } a = 5 \text{ или } a = 6 \quad \checkmark$$

I $a = 1, b = 9, c = 9 \quad 199$

или II $a = 5, b = 5, c = 1 \text{ или } c = 3 \text{ или } c = 5 \text{ или } c = 7$

или III $a = 6, b = 4, c = 4 \text{ или } c = 9 \quad (+)$

(проверка на c взятой из $a(c + 1) \equiv 0 \pmod{10}$)

Ответ $199, 591, 553, 555, 557, 559, 644, 649$

из решения очевидно, что имеется
ввиду ответ 551

Линия отреза

№ 2

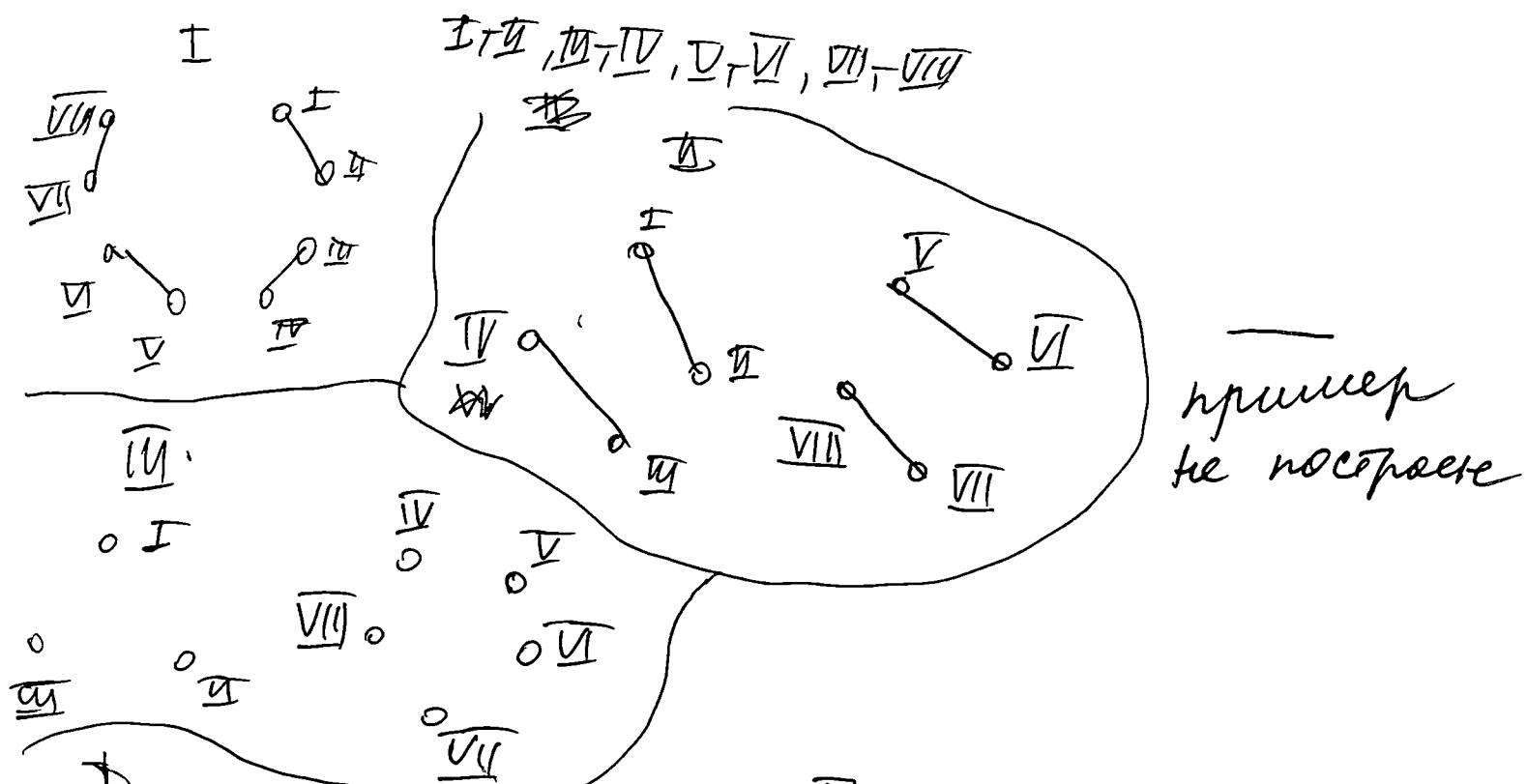
Бланк ответов

Пусть максимальная вершина графа, тогда связи между ними - возможные варианты связей между собой

Всего 5 партий каждый играет с 5 дружи-
ми $\Rightarrow$ не играет только с 2. Рассмотрим
возможное количество компонент связности:

Если в одной компоненте ≥ 3 вершины, то
степень каждой $\leq 1 \Rightarrow$ таких компонент нет $\Rightarrow$
компонент не больше 2х

Всего 3 варианта I 1 компонента на 8 вершин,
II 2 компонента на 4 вершины, III 2 компонента 3 и 5
вершин



Рассмотрим игру, тогда IV играл с I, II, III
I сыграл всего 3 разных тура (т.к IV не мог играть
в 1 туре сразу с двумя)

II всего $3 \cdot 4 = 12$ игр сыграно

III т.к IV играл с I, II, III, то в этих играх
II, III, IV, V, VI, VII, VIII

Международная олимпиада школьников УрФУ «Изумруд» 2024/25, 2 этап

с ними не играли $\Rightarrow$ они сыграли не
менее 3х игр между собой $\Rightarrow \frac{VIII}{8}$ игр с $\frac{V}{5}, \frac{VI}{6},$
 $\frac{VII}{7}$ с $\frac{V}{5} \Rightarrow$ все остальные игры были не меж-
ду ними, а с I, II, III

Ответ да, такое возможно.