



3101551668863

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Я К О В Л Е В

Имя Д А Н И И Л

Отчество Ю Р Ь Е В И Ч

Дата рождения 27 04 2004

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Т 216

Телефон 89827165245

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101551668863

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 2 Количество черновиков к проверке
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	10	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	10	0					

Итоговый балл 70

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1) Пусть наше трехзначное число имеет вид $\overline{abc}$ (все буквы обозначают однозначные переменные a, b и c).
 Понятная характеристика - это его описание по модулю 10.
 $c \equiv_{10} a+b+c \Leftrightarrow a+b \equiv_{10} 0 \Leftrightarrow b \equiv_{10} -a$

$$a \equiv_{10} abc \Leftrightarrow a \cdot (-a) \cdot c \equiv_{10} abc \equiv_{10} a \Leftrightarrow -a^2c \equiv_{10} a$$

$$b \equiv_{10} ab+bc+ac \equiv_{10} a \cdot (-a) + ac + (-a)c \equiv_{10} -a^2$$

$$\Rightarrow -a \equiv_{10} b \equiv_{10} -a^2 \Leftrightarrow a(a-1) \equiv_{10} 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \\ a=6 \end{cases} \begin{pmatrix} \text{и} \\ \text{и} \\ \text{и} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a > 0, \\ \text{ведь} \\ a - \text{первая цифра} \end{pmatrix}$$

$$1) a=1 \quad b \equiv_{10} -a \equiv_{10} -1 \Leftrightarrow b=9$$

$$-a^2c \equiv_{10} -c \equiv_{10} a \equiv_{10} 1 \Leftrightarrow c=9$$

$$\Leftrightarrow -c \equiv_{10} 1$$

Значит число $\overline{abc}$ равно 199 (это подтвердим)

$$2) a=5 \quad b \equiv_{10} -a \equiv_{10} -5 \Leftrightarrow b=5$$

$$-a^2c \equiv_{10} -25c \equiv_{10} a \equiv_{10} 5$$

$$\Leftrightarrow 5(5c+1) \equiv_{10} 0 \Leftrightarrow 5(5c+1) \equiv_{10} 0 \Leftrightarrow 5c+1 \equiv_2 0$$

$\Leftrightarrow c$ - четная цифра

Значит числа $\overline{abc}$ равны 551, 553, 557, 559 (все числа подтвердим)

$$3) a=6 \quad b \equiv_{10} -a \equiv_{10} -6 \equiv_{10} 4 \Rightarrow b=4$$

$$-a^2c \equiv_{10} -36c \equiv_{10} a \equiv_{10} 6 \Leftrightarrow 6(6c+1) \equiv_{10} 0 \Leftrightarrow 6(6c+1) \equiv_{10} 0$$

$$\Leftrightarrow 6c+1 \equiv_5 0 \Leftrightarrow 6c+1 \equiv_5 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c \equiv_{10} 4 \\ c \equiv_{10} 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=4 \\ c=9 \end{cases}$$

① Прогнозирования

~~Значит~~ Значит числа abc равны 644 и 649
(оба числа подносятся)

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649.

②

Ответ: да, можно

+

Пример: Трайггером каждого из матчишников выданы от 1 до 8

Таймские матчи. (-' номера от 1 до 8 между 2 матчишниками)

I 1-5
2-7
3-8
4-6

II 1-4
2-8
3-6
5-7

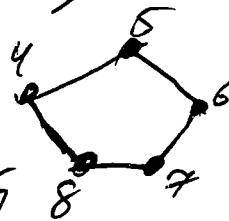
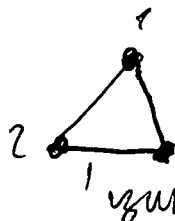
III 1-7
2-5
3-4
6-8

IV 1-8
2-6
3-5
7-4

V 1-6
2-4
3-7
5-8

Заметим, что каждый матчишник не играет дважды с каждым из других матчишников

Получим граф на ~~матчишниках~~ матчишниках, где на вершинах и проводим ребра между ~~матчишниками~~ вершинами, если соответственно матчишники за 5 матчей друг с другом не сыграли. Получается неориентированный граф

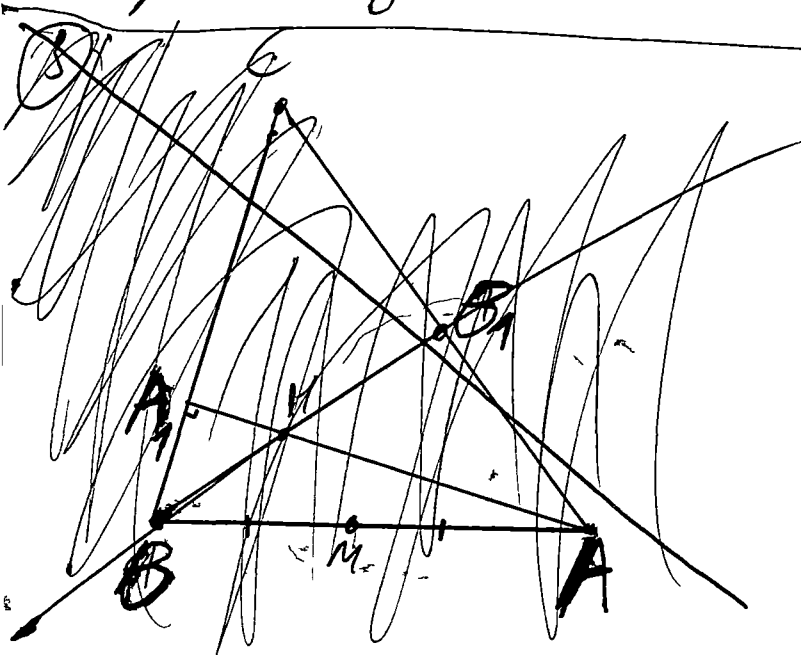


- узлы A +

② Продолжение

~~Менее корректно~~

Запомним, что в 6-м туре могут стоять в паре только участники из одного фильма, иначе они уже сыграли друг с другом. Но оба фильма имеют нечетную длину $\Rightarrow$ Из каждого фильма вычлется хотя бы по одному участнику без пары $\Rightarrow$ Провести 6-й тур нельзя.



③

$\angle MA_1H = 90^\circ$, т.к. AA_1 — высота,

Четырехугольник A_1MKH —
вписанный $\Rightarrow$

$$\angle MA_1H + \angle MKH = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle MKH = 180^\circ - \angle MA_1H =$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\angle AKH$ и $\angle MKH$ — смежные

$$\angle AKH = 180^\circ - \angle MKH =$$

$$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle HBA = 90^\circ \text{ (т.к. } BB_1 \text{ — высота)} \checkmark$$

$\Rightarrow AB_1KH$ — вписанный четырехугольник,

т.к. $\angle HBA = \angle AKH = 90^\circ$

Пусть $(HK) \cap (AC) = T$

$$\Rightarrow \angle TKB_1 = 180^\circ - \angle B_1KH = \angle B_1AH = \angle B_1AA_1 =$$

$$= 90^\circ - \angle ACB \quad \left(\begin{array}{l} \text{т.к. } \angle ACB + \angle CAA_1 + 90^\circ = 180^\circ \text{ по сумме} \\ \text{углов треугольника } A_1CA, \angle CAA_1 = \end{array} \right.$$

$$\angle CB_1K = \angle KHA \text{ (т.к. } B_1KHA \text{ — вписанный)} \quad \left. \begin{array}{l} \angle CAA_1 = \\ = \angle B_1AA_1 \end{array} \right\}$$

$$\angle KHA + \angle KHA_1 = 180^\circ \text{ (т.к. } \angle KHA \text{ и } \angle KHA_1 \text{ — смежные)}$$

$$\angle CMK = \angle KHA_1 \text{ (т.к. } KHA_1M \text{ — вписанный)}$$

$$\Rightarrow \angle CMK + \angle CB_1K = 180^\circ \Rightarrow CB_1KM \text{ — вписанный}$$

$$\Rightarrow \angle CB_1M = \angle CKM$$

B_1M — медиана в прямоугольном $\triangle CB_1B$

$$\Rightarrow B_1M = MC \Rightarrow \triangle MCB_1 \text{ — р/б } \Rightarrow \angle MCB_1 = \angle CB_1M$$

$$\angle MCB_1 = \angle ACB$$

③ Предположение

$$\Rightarrow \angle CKM = \angle ACB \checkmark$$

$$\angle CKT = 90^\circ - \angle CKM = 90^\circ - \angle ACB$$

$$(\angle CKT + \angle CKM = \angle TKM = 180^\circ - \angle MKK = 90^\circ)$$

$\Rightarrow \angle CKT = \angle TKB, \Rightarrow KM$ - биссектриса $\angle CKB$,
 (т.к. прямые KT и KM совпадают)

④ Предположим, что $x=1$ или $y=1$

1) $x=1$ $2^y \cdot z = 2^{y+1} \cdot (1+y+z) \cdot \left(\frac{1}{2y}\right)$

$$\Rightarrow z = 2(1+y+z) = 2+2y+2z > z$$

2) $y=1$ Аналогично с 1). Противоречие

$$\Rightarrow x \geq 2 \text{ и } y \geq 2$$

Ⓘ $z=1$ $2^{xy} = 2^{x+y}(x+y+1)$

$$\Rightarrow 2^{xy-x-y} = x+y+1 \quad \left(\begin{array}{l} xy-x-y \geq 0, \text{ т.к.} \\ xy \geq 2 \max(x,y) \geq x+y \end{array} \right)$$

1) $x=2$ $y=2$

$$2^{xy-x-y} = 2^0 = 1 \neq 2+2+1 = 5$$

④ ~~К~~проверим

2) $x=2 \quad y=3$

$$2^{xy-x-y} = 2^1 = 2 \neq 2+3+1=6$$

3) ~~2~~ $x=3 \quad y=2$

$$2^{xy-x-y} = 2^1 = 2 \neq 3+2+1=6$$

~~4) $x=3 \quad y=3$~~

4) $x=3 \quad y=3 \quad 2^{xy-x-y} = 2^3 = 8 \neq 3+3+1=7$

5) $x=3 \quad y=4 \quad 2^{xy-x-y} = 2^5 = 32 \neq 3+4+1=8$

6) $x=4 \quad y=3 \quad 2^{xy-x-y} = 2^5 = 32 \neq 3+4+1=8$

$\Rightarrow$ $x \geq 4 \quad \text{и} \quad y \geq 4$ А если $x \geq 4 \quad \text{и} \quad y=2 \quad \text{или} \quad y=3$?

но тогда $xy-x-y \geq x+y$, т.к.

$$xy-x-y \geq 4 \max(x,y) - x - y \geq x+y, \text{ т.к.}$$

$$(2^{x+y} \geq 1) \quad 4 \max(x,y) \geq 2x+2y$$

$$\Rightarrow 2^{xy-x-y} \geq 2^{x+y}, \text{ но } 2^{xy-x-y} = x+y+1$$

$$\Rightarrow x+y+1 \geq 2^{x+y}, \text{ но это неверно, так}$$

$$\text{как } x+y \geq 8. \text{ (Докажем, что } 2^t > t+1$$

при $t \geq 3$ по индукции:

база $t=3 \quad 2^3 = 8 > 3+1=4$

предполож $t \rightarrow t+1 \quad 2^{t+1} = 2 \cdot 2^t > 2(t+1) \geq (t+1)+1,$
т.к. $t \geq 0$.)

$\Rightarrow$ при $t=1$ равенство не

④ графическое

⑤ ~~графическое~~

$$z=2, \quad x \geq 2, \quad y \geq 2$$

$$2^{xy} \cdot 2 = 2^{x+y}(x+y+2)$$

$$\Leftrightarrow 2^{xy+1-x-y} = x+y+2$$

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)(y-1)} = x+y+2$$

1) $x=2, y=2$
 $2^{(x-1)(y-1)} = 2^1 = 2 \neq 2+2+2=6$

2) $x=2, y=3$
 $x=3, y=2$ $2^{(x-1)(y-1)} = 2^2 = 4 \neq 2+3+2=7$

3) $x=3, y=3$ $2^{(x-1)(y-1)} = 2^4 = 16 \neq 3+3+2=8$

4) $x=3, y=4$
 $x=4, y=3$ $2^{(x-1)(y-1)} = 2^6 = 64 \neq 3+4+2=9$

при $x \geq 4, y \geq 4$ и слова ~~можно~~ ^{попробовать} ~~попробовать~~ ^{случай} ~~попробовать~~ ^{ранее}

$$2^{xy-x-y} \geq 2^{x+y} \quad (\text{т.к. } xy \geq 2(x+y) \text{ ранее})$$

$$\Rightarrow 2^{xy-x-y+1} \geq 2^{x+y+1} \Leftrightarrow 2^{xy-x-y+1} \geq 2^{x+y+1}$$

(но это неверно, т.к. $2^t > t+1$ при $t \geq 3$,
 (доказать ранее), а $x+y+1 \geq 9$)

$\Rightarrow$ при $z=2$ решений нет

④ Программа

③ $z \geq 3, x \geq 2, y \geq 2$ $(xy - x - y \geq 0) \quad (2^{xy-x-y} \geq 1)$

$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} (x+y+z) \Rightarrow (2^{xy-x-y} - 1)z = x+y$

~~Итого~~ $(2^{xy-x-y} - 1) \cdot z \geq 3(2^{xy-x-y} - 1)$

① $x=2, y=2 \quad x+y = (2^{xy-x-y} - 1) \cdot z = (2^{4-4} - 1)z = 0 \cdot z = 0$
 $\Rightarrow x+y=0$, что невозможно

② $x=2, y=3$
 $x=3, y=2 \quad (2^{xy-x-y} - 1)z = (2^{6-5} - 1)z = 1 \cdot z = z = x+y$
 $\Leftrightarrow z=5$ ⑤
 $(2, 3, 5)$ и $(3, 2, 5)$ подходят

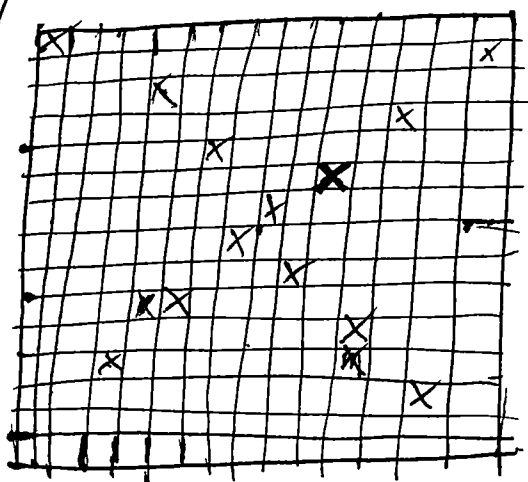
③ $x=3, y=3$
 $(2^{xy-x-y} - 1)z = (2^{9-6} - 1) \cdot z = 7z = x+y=6$
 $\Rightarrow z = \frac{6}{7}$, что невозможно

④ $x=3, y=4$
 ~~$x=4, y=3$~~ $(2^{xy-x-y} - 1)z = 2^5 \cdot z = 32z = x+y=7$
 $\Rightarrow z = \frac{7}{32}$, что невозможно

⑤ $x \geq 4, y \geq 4$
 и к. $xy \geq 2(x+y)$, (докажем ранее)
 $x+y = (2^{xy-x-y} - 1)z \geq \cancel{\dots} (2^{x+y} - 1)z \geq 3(2^{x+y} - 1)$
 $\Rightarrow x+y \geq 8 \cdot 2^{x+y} - 3 \geq 3(2^{x+y} - 1) \geq 2^{x+y} - 1$
 $\Rightarrow 2^{x+y} \leq x+y+1$, что неверно, и к.
 $2^t > t+1$ при $t \geq 3$, а $x+y \geq 8$ (докажем ранее)
 $\Rightarrow$ Всего два решения $(2, 3, 5)$ и $(3, 2, 5)$
 Ответ $(2, 3, 5)$ и $(3, 2, 5)$.

Дополнительный лист №2

⑤ 1) $n = 2k + 1$

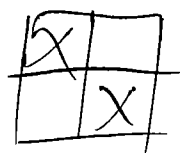


идём по строкам,
начиная из центрального
элемента увеличивая
шаг на 1 и ~~поворачивая~~
поворачивая на 90°

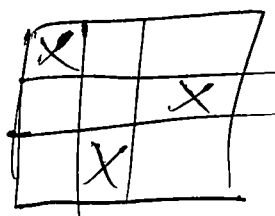
$n = 1$



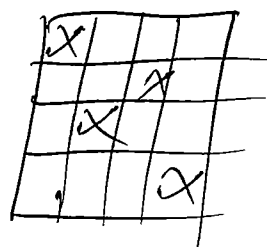
$n = 2$



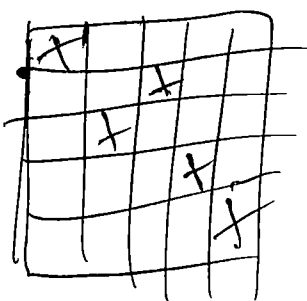
$n = 3$



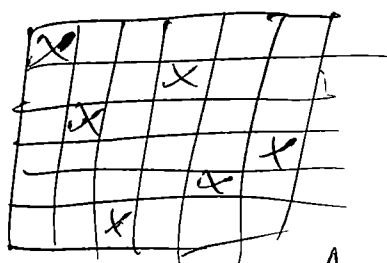
$n = 4$



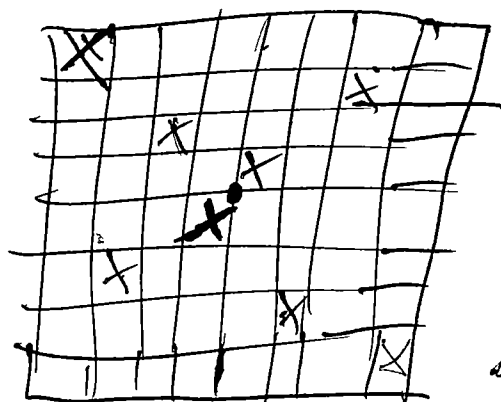
$n = 5$



$n = 6$



2) $n = 2k$



А для других n ?
В центральном
квадрате 2×2 —
отложить 2 элемента,
а затем идти по
строкам, увеличивая
шаг на 1 и поворачи-
вая на 90° по
часовой

