



3101700958086

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Д О Р Ж И Е В

Имя А Ю Ш А

Отчество Э Р Д Э М О В И Ч

Дата рождения 2 1 В 3 2 0 0 7

Город участия К Р А С Н О Я Р С К

Аудитория 1 - 1 7

Телефон + 7 9 9 1 3 6 0 9 9 7 2

Дата В 3 В 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101700958086

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия К Р А С Н О Я Р С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	-	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	-	5	0					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1)

] $\overline{abc}$ - число, $m \leq 600$, можно так считать $\Rightarrow$

$$\begin{cases} a+b+c \equiv_{10} c \Rightarrow a+b=10 \text{ так не могут быть равны } 20 \\ ab+bc+ca \equiv_{10} b \Rightarrow b=10-a \\ abc \equiv_{10} a \Rightarrow a(10-a) + (10-a)c + ca \equiv_{10} b \end{cases}$$

Рассмотрим, все возможные

$$a = \{1, 2, \dots, 9\}$$

mod 10	a	a ² -a
	0	0
	1	0
	2	2
	3	6
	4	2
	5	0
	6	0
	7	2
	8	6
	9	2

Заметим, что числа $a, b, c \neq 0$ так $abc \equiv_{10} a$

Поскольку 2 условия $a = \{1, 5, 6\}$

$$ac(10-a) \equiv_{10} a$$

$$a^2c + a \equiv_{10} 0$$

$$] a=1$$

$$c+1 \equiv_{10} 0 \Rightarrow c=9$$

$$] a=5$$

$$5c+5 \equiv_{10} 0 \Rightarrow c - \text{нечетное } \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$] a=6$$

$$6c+6 \equiv_{10} 0 \Rightarrow c = \{4, 9\}$$

b - любое из оставшихся

$$a = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 9 \\ 1, 3, 5, 7, 9 \\ 4, 9 \end{bmatrix}$$

Ответ, $199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649$

Действительно проверив эти числа, - соот условию

$$1+9+9 \equiv_{10} 9$$

$$9+9+81 \equiv_{10} 9$$

$$991 \equiv_{10} 1$$

Задача 4)

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad / \quad 2^{x+y}$$

$$2^{xy-x-y} z = (x+y+z) \quad / \quad z$$

$$2^{xy-x-y} = 1 + \frac{x+y}{z} \quad \text{мк слева } 1 + \text{что-то} \text{ мн, то } xy-x-y \geq 1$$

Переберем малые x, y в $\mathbb{N}$, $x \geq y$ (мк, если поменять x, y - ничего не измени)

$$\begin{aligned} 1) \quad xy-x-y &= 1 \\ (x-1)(y-1) &= 2 \quad \text{— простое} \\ x=3 \quad y=2 \end{aligned} \quad \frac{x+y}{z} = \frac{5}{z} = 2^{2-1} = 2 \quad \begin{aligned} &(3, 2, 5) + \\ &(2, 3, 5) + \\ &z=5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad xy-x-y &= 2 \\ (x-1)(y-1) &= 3 \quad \text{— простое} \\ x=4 \quad y=2 \end{aligned} \quad \frac{x+y}{z} = 3^{2-1} = \frac{6}{z} \quad \begin{aligned} &(4, 2, 2) + \\ &(2, 4, 2) + \\ &z=2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad xy-x-y &= 3 \\ (x-1)(y-1) &= 4 \\ x=5 \quad y=2 \\ x=3 \quad y=3 \end{aligned} \quad \frac{x+y}{z} = 2^{3-1} = \frac{8}{z} = 2 \quad \begin{aligned} &(5, 2, 1) + \\ &(2, 5, 1) + \\ &z=1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad (x-1)(y-1) &= 5 \quad \text{— простое} \\ x=6 \quad y=2 \end{aligned} \quad 15^{2-1} = \frac{8}{z} \quad \text{— не}$$

это надо доказать

Иногда важно, что при $(x-1)(y-1) \geq 5$ + 2^a — растет куда быстрее чем, $x+y$, где $a = xy-x-y$

$$2^{xy-x-y} \geq 16 \quad \text{и} \quad 2^{xy-x-y} \geq -1 \geq x+y \Rightarrow \nexists z \mid \frac{xy}{z} \frac{x+y}{z} = 2^{xy-x-y} - 1$$

$$\text{мк } \forall z \in \mathbb{N} \quad x+y \geq \frac{x+y}{z}$$

Следовательно, большие порций нет

Ответ: $(3, 2, 5)$ $(2, 3, 5)$ $(4, 2, 2)$ $(2, 4, 2)$ $(5, 2, 1)$ $(2, 5, 1)$

Задача 2)

Вершины - игроки, а края между ними - ребра

После каждого тура, будем проводить по 4 ребра

тогда за 5 туров будет $5 \cdot 4 = 20$ партий

~~причем~~ ~~после~~ При этом степень каждого $\leq$ кол-во туров

А после 6 тура в графе будет $6 \cdot 4 = 24$ ребра

В полном графе всего $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ ребер

и так, имеет после 5 тура 20 ребер, а можно провести 28 ребер

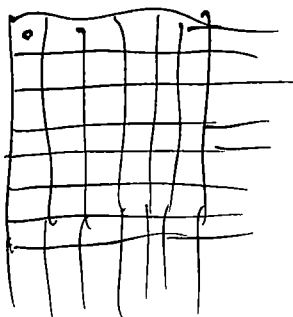
и каждый сыграл только 5 раз, $\Rightarrow$ всегда возможно провести еще 4 ребра ~~до~~ $\Rightarrow$ Такого случая быть не может

Ответ: Нет такого не может произойти

Задача 5) Да, это возможно!

~~В первом трех строках~~, расставим три точки так, чтобы они заняли только столбцы. Дополним таблицу так, чтобы в ~~пер~~ первые 4 строки, помещалось 4 точки во всю длину (если дополнять не надо, то дополняет до ~~такого~~ случая). Теперь будем заполнять точки в доопиленной таблице каждый раз сдвигая на одну клетку. Таким образом все точки в трех нижних обрадуют только у 3 точек < 4 , те точки, которые попали у изюмной таблицы мы ~~и~~ ставим их так, чтобы выпадало 1 число вне на пересечении столбцов и строк.

Алгоритм не доказан
и м д



— — — — —
Линия отреза
— — — — —

Бланк ответов

