



3101760525900

## Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия БАРАНОВА

Имя МАРИЯ

Отчество МАКСИМОВНА

Дата рождения 29 06 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория Э514

Телефон 89126785068

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101760525900

## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 01 Количество черновиков к проверке 00

Время выхода с до

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 0 | — | 5 | — |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 0 | — | 5 | — |   |   |   |   |    |

Итоговый балл 25

Подпись  
члена жюри №1

Подпись  
члена жюри №2

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Задача 2

1) 8 шахматистов  $\Rightarrow$  всего уникальных пар  $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$   
 (Т.к. каждому из 8 шахматистов мы можем поставить в соответствие одного из 7 шахматистов, и делим на 2 т.к. каждую пару мы посчитали 2 раза, но пара "1-ый - 2-ый" это тоже самое, что и пара "2-ый - 1-ый")

2) В каждом туре "используется" 4 пары, т.е. после 5 туров  
 $4 \cdot 5 = 20$  - "использованных" пар

$28 - 20 = 8$  пар - "неиспользованных", т.е. тех, которые еще не играли

<sup>всего</sup>  
пар шахматистов

3) С другой стороны

У каждого шахматиста есть 7 вариантов, с кем он может сыграть после 5 туров (он сыграл с 5 разными игроками)

$7 - 5 = 2$  - варианта у каждого шахматиста, с кем он еще может сыграть

4) Т.к. осталось 8 "неиспользованных" пар и у каждого шахматиста по 2 варианта с кем он может сыграть, то провести 6-ой тур возможно.

пусть мы провели 6-ой тур  $\Rightarrow$  "использовали" 4 пары, и у каждого шахматиста - 1 вариант того

$8 - 4 = 4$  "неиспользованных" пар

$2 - 1 = 1$  - у каждого шахматиста вариантов, с кем он еще может сыграть

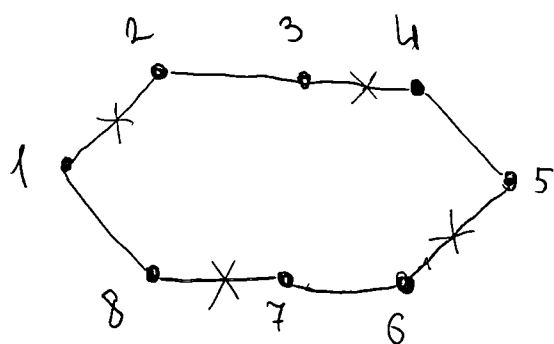
~~Поэтому это потому что~~

Для понимания представим это в виде графа  
 8 максимумов - вершины графа

после 5 тура

у каждого по 2 варианта  $\Rightarrow$  из каждой вершины выходят  
 по 2 ребра

всего 8 "неиспользуемых" пар  $\Rightarrow$  всего 8 ребер  
 как провести 6 тур



$\bullet - \times - \bullet$  - обозначение пары в 6 туре

Те пары в 6 туре (500)

- 1-2
- 3-4
- 5-6
- 7-8

$\Rightarrow$  все в 6 туре смогут сыграть с тем, с кем  
 еще не играли ("неиспользуемые" пары)

Отвечая тем, не может случиться так, что после  
 5 туров будет невозможно провести 6-ой  
 может

Задание 4

$$2^{x+y} Z = 2^{x+y} (x+y+Z)$$

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$1) \forall x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$2^{x+y} Z = 2^{x+y} (x+y+Z)$$

$$0 < x+y \quad | +2$$

$$Z < x+y+Z$$

умножить на 2  
левая часть      умножить на 2  
правая часть

$$2^{x+y} Z = 2^{x+y} (x+y+Z)$$

$$2^{x+y} > 2^{x+y}$$

$$\Rightarrow xy > x+y$$

$$\Rightarrow \boxed{x \neq 1}, \boxed{y \neq 1}$$

Те  $x, y$  хотя бы 2  
 но при  $x=y=2$

$$2 \cdot 2 > 2+2$$

$$4 > 4 - \text{противоречие}$$

$\Rightarrow x=y=2$  - невозможно

$$2) \forall x \geq 2, y \geq 2$$

но при  $x=2, y=2$   
 при  $y=2, x=2$

$$3) \text{ Пусть } x=2, y=3$$

$$2^{2+3} Z = 2^{2+3} (2+3+Z) \Rightarrow$$

$$64Z = 32 \cdot 5 + 32Z$$

$$32Z = 32 \cdot 5$$

$$\boxed{Z=5} \Rightarrow \text{тройка } \boxed{(2, 3, 5)} - \text{подходит}$$

### Задача 4 (продолжение)

в ур-н  $2^x Z = 2^{x+y}(x+y+Z)$

если  $x$  и  $y$  поменять местами, то ничего не изменится  
 $\Rightarrow$  очевидно, что если подходит тройка  $(x_0, y_0, z_0)$ , то подходит и тройка  $(y_0, x_0, z_0)$

$\Rightarrow$  тк подходит  $(2, 3, 5) \Rightarrow (3, 2, 5)$  - тоже подходит

4)  $\hat{y}$  - м  $x=2, y=4$

$$2^8 Z = 2^6 (6+Z)$$

$$256Z = 64 \cdot 6 + 64Z$$

$$192Z = 64 \cdot 6$$

$$Z=2$$

$$\Rightarrow (2, 4, 2)$$

поменяем  $x$  и  $y$

$$\Rightarrow$$

$$(4, 2, 2) - \text{подходит}$$

5)  $\hat{y}$  - м  $x=2, y=5$

$$2^{10} Z = 2^7 (7+Z)$$

$$2^{10} Z = 7 \cdot 2^7 + 2^7 Z$$

$$896Z = 896 + 448Z$$

$$Z=1$$

$$\Rightarrow (2, 5, 1)$$

поменяем  $x$  и  $y$

$$\Rightarrow$$

$$(5, 2, 1)$$

6)  $x=2, y=6$

$$2^{12} Z = 2^8 (8+Z)$$

$$2^{12} Z - 2^8 Z = 8 \cdot 2^8$$

$$Z = \frac{8 \cdot 2^8}{2^{12} - 2^8} = \frac{8 \cdot 2^8}{2^8(2^4 - 1)} = \frac{8}{15} \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{не подходит}$$

Заметим, что при фикс  $x=2$ , при росте  $y$ , значение  $Z$  уменьшается. Так что при  $x=2, y \geq 6$  - не подходит

7)  $x=3, y=2$  (уже рассмотрели выше,  $\hat{y}$  подходит  $(3, 2, 5)$ )

8)  $x=3, y=3 \Rightarrow 2^9 Z = 2^6 (6+Z)$

$$Z = \frac{2^6 \cdot 6}{2^9(2^3 - 1)} = \frac{6}{7} \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{не подходит}$$

9)  $x=3, y=4$

$$2^{12} Z = 2^7 (7+Z)$$

$$Z(2^{12}-2^7) = 7 \cdot 2^7$$

$$Z = \frac{7 \cdot 2^7}{2^7(2^5-1)} = \frac{7}{32-1} \notin \mathbb{N} \text{ - не реш}$$

10)  $x=3, y=5$

$$2^{15} Z = 2^8 (8+Z)$$

$$Z(2^{15}-2^8) = 8 \cdot 2^8$$

$$Z = \frac{2^8 \cdot 8}{2^8(2^7-1)} = \frac{8}{127} \notin \mathbb{N} \text{ - не реш}$$

Замечание, что при  
фиксированном  $x=3$  при росте  $y$ ,  
знаменатель  $\rightarrow \infty$   $Z \notin \mathbb{N}$   
 $\Rightarrow x=3, y>2$  - не реш

11)  $x=4, y=2 \Rightarrow (4, 2, 2)$  - решение

12)  $x=4, y=3$

$$2^{12} Z = 2^7 (7+Z)$$

$$Z(2^{12}-2^7) = 7 \cdot 2^7 \Rightarrow Z = \frac{2^7 \cdot 7}{2^7(2^5-1)} = \frac{7}{31} \notin \mathbb{N}$$

при фиксированном  $x$ , при  
росте  $y$ ,  $Z$  уменьшается  
 $\Rightarrow x=4, y>2$  не реш,  
т.к.  $Z \notin \mathbb{N}$

13)  $x=5, y=2 \Rightarrow (5, 2, 1)$  - решение

2

14)  $x=5, y=3$

$$2^{15} Z = 2^8 (8+Z) \Rightarrow Z = \frac{8 \cdot 2^8}{2^8(2^7-1)} = \frac{8}{127} \notin \mathbb{N}$$

при фиксированном  $x$ ,  
при росте  $y$ ,  
 $Z$  уменьшается  
 $\Rightarrow x=5, y>2$  - не реш,  
т.к.  $Z \notin \mathbb{N}$

15)  $x=6, y=2$

$$2^{12} Z = 2^8 (8+Z) \Rightarrow Z = \frac{8 \cdot 2^8}{2^8(2^4-1)} = \frac{8}{15} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$$

аналогично  
 $x=6$ , при любых  
 $y$  не реш

16)  $x=7, y=2$

$$2^{14} Z = 2^9 (9+Z) \Rightarrow Z = \frac{9 \cdot 2^9}{2^9(2^5-1)} = \frac{9}{31} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$$

аналогично  
при  $x=7$ , нет реш

17)  $x=8, y=2$

$$2^{16} Z = 2^{10} (10+Z) \Rightarrow Z = \frac{10 \cdot 2^{10}}{2^{10}(2^6-1)} = \frac{10}{63} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$$

аналогично, при  
 $x=8$  нет реш

Найденое все  
ответов  
нет строгого дока-ва

Задача 4 (продолжение)

18)  $x=9, y=2$

$2^{18} z = 2^{11} (11+z)$

$z = \frac{11 \cdot 2^7}{2^8(2^7-1)} = \frac{11}{127} \notin \mathbb{N} \Rightarrow$  нет р-м

аналогично при  $x=9$

и т.д. при р-те  $x, z \notin \mathbb{N} \Rightarrow$  р-м - нет  
 $\Rightarrow$  найдем ~~только~~ только тройки, ~~на~~ которые  
можно в начале

Ответ  $(2,3,5), (3,2,5), (2,4,2), (4,2,2),$   
 $(2,5,1), (5,2,1)$

Задача 1

$\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bac}, \overline{bca}, \overline{cab}, \overline{cba}$  - возможные  
варианты

500 возьмем  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$

число трехзначное  $\Rightarrow a \neq 0$

1-ое св-во. Возьмем условие на выполнение

$a+b+c = \overline{xy},$  где  $c=y$

$a+b+c$  либо однозначное, либо двузначное

$a+b+c = (a+b) + c$

$\min(a+b+c) = 1+0+0=1$   
 $\max(a+b+c) = 9+9+9=27$

$\begin{matrix} +(a+b) \\ c \\ \hline \overline{xy} \end{matrix} \Rightarrow$  тк  $c=y \Rightarrow$  последняя цифра  $a+b$  равна 0"

варианты  
 $a+b=0$   
невозможно, тк  
 $\min a=1, b \in \mathbb{Z}$   
 $\min(a+b) = 1+0=1$

$a+b=10$

$a+b=20$  (минимальное)  
невозможно, тк  
 $\max(a+b) = 9+9=18$   
 $18 < 20$

итого 1-ое св-во  $a+b=10$  ✓

3) Цифра в разряде сотен = номеру цифры abc

a = номер-цифра abc

$$a \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} abc \neq 0 \Rightarrow b \neq 0, c \neq 0 \\ \text{номер цифры abc} \neq 0 \end{cases}$$

выписываем произведение ab

|               |           |      |
|---------------|-----------|------|
| a+b=10        | 1+9 / 9+1 | 9    |
|               | 2+8 / 8+2 | 16   |
| a, b варианты | 3+7 / 7+3 | 21   |
|               | 4+6 / 6+4 | 24 ✓ |
|               | 5+5       | 25   |

Когда умножим a b на c правильно получится  
номерная цифра = a

191 ✓

Даже и все варианты abc

1) a c => номер цифры 1 или 9

| ab | c    |
|----|------|
| 91 | 9 ✓  |
| 92 | 18   |
| 93 | 27   |
| 94 | 36   |
| 95 | 45   |
| 96 | 54   |
| 97 | 63   |
| 98 | 72   |
| 99 | 81 ✓ |

=> c=1 или c=9

=> рассмотрим числа

~~191 (1+9+1=11, 2) 19+91=119, 3) 191=9~~

199 ✓

все ab-ва были

191 не подходит (не было 3-е ab-во)  
~~199 не подходит~~  
919 - не подходит (3 не было)  
911 - не подходит (2 не было)

2) ab = 1816

| a/b |
|-----|
| 2/8 |
| 8/2 |

~~18 c => номер цифры 9 или~~

16 c => номер цифры 2 или 8

| ab  | c     |
|-----|-------|
| 161 | 16    |
| 162 | 32 ✓  |
| 163 | 48 ✓  |
| 164 | 64    |
| 165 | 80    |
| 166 | 96    |
| 167 | 112 ✓ |
| 168 | 128 ✓ |
| 169 | 144   |

c=2 или c=4  
=> или c=7 или c=8

3-и числа

- 282 (3-е ab-во не было)
- 283 (3-е ab-во не было)
- 287 (3-е ab-во не было)
- 288 (3-е ab-во не было)

} не подходят

# Домашнее задание №1

Часть 1 (продолжение)

3-м числа

$822 - (2\text{-е не было})$   
 $823 - (2\text{-е не было})$   
 $824 - (2\text{-е не было})$   
 $828 - (2\text{-е не было})$

} не может

3)  $ab=21 \Rightarrow$  последняя цифра 7 или 3

3-м числа

$733 - (3\text{-е не было})$   
 $737 - (2\text{-е не было})$   
 $373 - (2\text{-е не было})$   
 $377 - (2\text{-е не было})$

} не может

4)  $ab=24 \Rightarrow$  последняя цифра 4 или 6

3-м числа

$461 - (2\text{-е не было})$   
 $464 - (2\text{-е не было})$   
 $466 - (2\text{-е не было})$   
 $469 - (2\text{-е не было})$   
 $641 - (1\text{-е не было})$   
 $644 - \text{не подходит}$   
 $646 - (1\text{-е не было})$

$649 - \text{не подходит}$   
 5)  $ab=25 \Rightarrow$  последняя цифра 5

| ab | c     |
|----|-------|
| 21 | 1=21  |
| 21 | 2=42  |
| 21 | 3=63  |
| 21 | 4=84  |
| 21 | 5=105 |
| 21 | 6=126 |
| 21 | 7=147 |
| 21 | 8=168 |
| 21 | 9=189 |

$c=3$   
 или  
 $c=7$

| ab | c     |
|----|-------|
| 24 | 1=24  |
| 24 | 2=48  |
| 24 | 3=72  |
| 24 | 4=96  |
| 24 | 5=120 |
| 24 | 6=144 |
| 24 | 7=168 |
| 24 | 8=192 |
| 24 | 9=216 |

$c=1$  или  
 $c=4$   
 или  $c=6$   
 или  $c=9$

| ab | c     |
|----|-------|
| 25 | 1=25  |
| 25 | 2=50  |
| 25 | 3=75  |
| 25 | 4=100 |
| 25 | 5=125 |
| 25 | 6=150 |
| 25 | 7=175 |
| 25 | 8=200 |
| 25 | 9=225 |

$c=1$   
 или  
 3  
 или  
 5  
 или  
 7  
 или 9

Р-м числа

№1 (много)

551 - много

553 - много

555 - много

557 - много

559 - много

Омбсман 199, 644, 649, 551, 553, 555, 557, 559  
✓, ✓, ✓, ✓, ✓, ✓, ✓, ✓