



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия К А Р И М О В

Имя И Л Ь Н У Р

Отчество Р И Ш А Т О В И Ч

Дата рождения 1 4 0 7 2 0 0 8

Город участия Т Ю М Е Н Ь

Аудитория 3 1 7

Телефон + 7 9 2 2 0 9 2 7 7 3 7

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302479618119

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия

Т Ю М Е Н Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	6	0	0					

Итоговый балл

43

Подпись

члена жюри №1

Подпись

члена жюри №2

Пример

заполнения

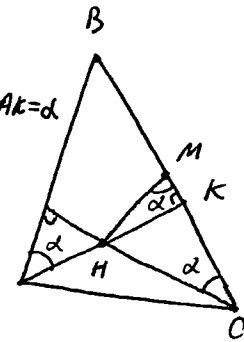
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

W1

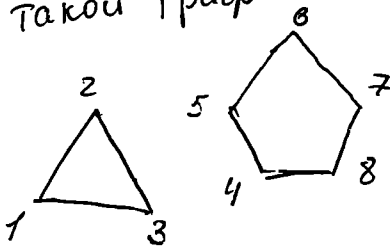
Ответ 31

Решение пусть AK высота в $\triangle ABC$ и $\angle BAK = \alpha$.
 Т.к. H точка пересечения высот в $\triangle ABC$, то
 A, H, K лежат на одной прямой. Из
 вписанности $ABMH$ $\angle HAB = \angle HMC = \alpha$
 (внутренний угол равен противоположному
 внешнему) $\angle BAK = \alpha = 90^\circ - \angle ABC$ ($\angle AKB = 90^\circ$) но $\angle BCH = 90^\circ - \angle ABC$
 ($CH \perp AB$) Тогда $\angle HMC = \alpha = \angle BCH$, то есть $\triangle HMC$ - равнобедренный
 ($HM = HC$), HK - высота к основанию $MC \Rightarrow HK = KC$ Но $BM = MC$
 (M - середина BC) $BM = MC = 1$, $MK = MC - 1/2$ из $BC = MK + KC$,
 т.е. $BK = KC = BM + KC + MK + KC = 2 + 1 + 1 = 3$



W2 Ответ могло

Пример представим граф (нормализованный), в котором вер-
 шины - шахматисты, а ребра - еще не состоявшиеся игры между
 шахматистами. Утверждается что при заданных условиях существует
 такой граф



Пример возможных первых пяти туров (шахматисты пронумерова-
 ны так же как в графе)

- I тур 1-4, 2-8, 3-6, 5-7
- II тур 1-6, 2-7, 3-4, 5-8
- III тур 1-5, 2-6, 3-8, 4-7
- IV тур 1-8, 2-5, 3-7, 4-6
- V тур 1-7, 2-4, 3-5, 6-8

Почему нам интересен этот граф? Если предположить, что VI тур
 возможен и рассмотрим шахматистов 1, 2, 3, то ясно, что теперь
 они могут только между собой, но их 3, 3 - нечетное, поэтому на паре
 не разбиваются, поэтому VI тур не состоится



W3 Ответ 15

14 хоро

Решение Оценка расстояния между красными клетками может быть равно только 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (по вертикали или горизонтали), $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$, $7\sqrt{2}$ (по диагонали). Поскольку что написаны попарно различные числа (иррациональное число не может быть равно рациональному) Расстояние 14, поэтому красных клеток не больше $14+1=15$ (среди 15 объектов 14 смежных).

Пример пусть ферзь изначально стоит на клетке a1. Путь ферзя таков:
 $a1 \xrightarrow{7\sqrt{2}} h8 \xrightarrow{6\sqrt{2}} b2 \xrightarrow{5\sqrt{2}} g7 \xrightarrow{4\sqrt{2}} c3 \xrightarrow{3\sqrt{2}} f6 \xrightarrow{2\sqrt{2}} d4 \xrightarrow{\sqrt{2}} e5 \rightarrow a5 \rightarrow h5 \xrightarrow{6} b5 \xrightarrow{5} g5 \rightarrow g2 \xrightarrow{2} g4 \xrightarrow{1} g3$
 Отмечено 15 красных клеток

W4 Если a, b, c, d составят арифметическую прогрессию, то $a+d=b+c$, потому что $a-b-c-d=-r$, где r - разность прогрессии.
 $b^3+c^3=(b+c)(b^2-bc+c^2)=(a+d)(b^2-bc+c^2)=a^2+d^2$. Заметим, что $b^2+bc+c^2 > a^2+d^2$, противоречие.
 $(a+d)(b^2-bc+c^2) > (a+d)^2 \Rightarrow a^2+d^2+2ad > a^2+d^2$, противоречие.
 $b^2-bc+c^2 < a+d \Rightarrow b^2-bc+c^2 < b+c$ ($a+d=b+c$)
 $c=b+r$ (b, c - последовательные члены арифметической прогрессии)
 $b^2-(b+r)b+(b+r)^2 < b+(b+r)$
 $b^2-b^2-br+b^2+2br+r^2 < 2b+r$
 $b^2-br+r^2 < 2b+r$

Докажем неравенство на $b+c > 0$

$$(b+c)(b^2-bc+c^2) < b^2+c^2+2bc$$

$$b^3+c^3-2bc < b^2+c^2$$

$$b^3+(b+r)^3-2b(b+r) < b^2+(b+r)^2$$

$$b^3+b^3+3br+3br^2+r^3-2b(b+r) < b^2+b^2+2br+r^2$$

$$2b^3+br(3b+3r)+r^3-2b(b+r)-b^2-b^2-2br-r^2 < 0$$

$$2b^2(b-1)+br(3b+3r-2)+r^3(r-1)-2b(b+r) < 0$$

W5 Ответ 3 361 день неверно

Пример почему не 361, чтобы было ≥ 4 31-дневных месяцев? Можно назвать 3-ий, 6-ой, 9-ый и 12-ый месяцы 31-дневными, и тогда условие будет соблюдаться очевидно. Когда 34 31-дневных месяцев, то $\geq 28+7 \cdot 30+4 \cdot 31=362$ дня.

Оценка почему не 361, чтобы было 3 31-дневных месяцев (тогда будет 361 день в году)? Пусть P (тройка месяцев, 31-дневный месяц) = 1, если в этой последовательной тройке месяцев есть этот 31-дневный месяц. Тогда заметим, что $\sum_{\text{тройки месяцев}} P(\text{тройка месяцев, 31-дневный месяц}) = 3$, очевидно.

Бланк ответов

Так как 31-дневных месяцев 3, то $\sum_{31\text{-дневный месяц}} (\sum P(\text{тройка месяцев 31-дневный месяц}) = 9$

Так как троек подряд идущих месяцев 12, то $\sum_{31\text{-й месяц}} P(\text{тройка месяцев, 31-дневный месяц}) = \frac{9}{12}$, и $P_{\text{ср}}(\text{тройка месяцев, 31-дневный месяц}) = \frac{3}{4} < 1$, значит есть $P = 0$ (что не больше среднего, но меньше), и 31-дневный месяц в какой-то тройке не найдется

У4 Пусть w - разность прогрессии, тогда

$$(d-3w)^2 + d^2 = (d-w)^3 + (d-2w)^3 \text{ и } 3w < d, \text{ иначе } a \leq 0$$

$$d^2 - 6wd + 9w^2 + d^2 = d^3 - 3d^2w + 3dw^2 - w^3 + d^3 - 6d^2w + 12dw^2 - 8w^3$$

$$2d^2 - 9d^2w + 15dw^2 - 9w^3 - 2d^2 + 6wd - 9w^2 = 0$$

$$2d^2(d-1) + 3dw(5w-3d+2) - 9w^2(w+1) = 0$$

Предположим противное пусть $d \geq 3$

~~Определим $-9w^2(w+1)$ до $9 \frac{1}{2} d^2(\frac{d}{3}-1)$, а $3dw(5w-3d+2)$ рассмотрим как квадратное ур-ние относительно w и найдем минимум параболы~~

$$\del{2d^2(d-1) + 3dw(5w-3d+2) - 9w^2(d^2(\frac{d}{3}+1)) < 0}$$

~~Минимум квадратной функции $3dw(5w-3d+2)$ равен $-d \frac{(9d-4)^2}{60}$~~

$$\del{\text{Т.е. } 2d^2(d-1) - d \frac{(9d-4)^2}{60} + \frac{d^3}{3} + d^2 < 0}$$

$$\del{2d^3 - 2d^2 - \frac{81d^3}{60} + \frac{36d^2}{60} - \frac{4d}{60} - \frac{d^3}{3} + d^2 < 0}$$

$$\del{\frac{19d^3}{60} - \frac{24d^2}{60} - \frac{4d}{60} < 0}$$

$$2d^2(d-1) + 3dw(5w-3d+2) - 9w^2(w+1) = 0$$

Это полиномиальная (кубическая) функция от d и w . Из производной найдем минимум полинома от w , при условии, что $d > 3w$, найдем, что при $d \geq 3$ функция (полином) принимает только положительные значения

значения не доказано

