



1302675423001

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Н А З А Р Е Н К О

Имя С О Ф Ь Я

Отчество И Г О Р Е В Н А

Дата рождения 29 09 2007

Город участия О Р Е Н Б У Р Г

Аудитория 41 Б

Телефон 89619142909

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302675423001

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия О Р Е Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке
Время выхода с 12 45 до 12 48

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	—	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Бланк ответов

№2

Кусок действительности может так случиться, что после 5 туров нельзя будет провести никакой розыгрыш, что это так после проведения 5 туров каждый из математиков сыграет с 5-ю математиками и не сыграет с 2-мя. Если получится, так, что один из математиков ~~не~~ будет 3 математика, которые не сыграли друг с другом, то провести третий тур не получится. Противоречие математиков 1-й первый математик, 2-й второй, 3-й третий первый может сыграть только со 2-м и 3-м, 2-й - только с 1-м и 3-м, а 3-й только с 2-м и 1-м. В таком случае, если один из математиков ~~не~~ попадет в парную со вторым, то 3-й окажется без пары. Например, если 2 и 3 попадут в пару, то 1-й останется без пары и третий тур провести не получится. Аналогично и для остальных пар. Приведу пример распределения парам в 5-м туре так, чтобы ~~каждый~~ математик сыграл с 1 до 8.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1-й тур		1-4	2-5	3-6	7-8			
2-й тур			1-5	2-6	3-7	8-4		
3-й тур				1-6	2-7	3-8	4-5	
4-й тур					1-7	2-8	3-4	5-6
5-й тур						1-8	2-4	3-5

При таком распределении по парам 1-му останется сыграть со 2-м и 3-м, 2-му - с 1-м и 3-м, а 3-му - с 1-м и 2-м. Значит, третий тур провести не удастся, так как кому то не хватит пары. $\Rightarrow$ действительно может так случиться, что ~~каждый~~ математик сыграл с 1 до 8.

Пусть a, b, c - стороны треугольника, a, b, c - стороны треугольника. Число трехзначное, значения a, b, c не могут быть 0. Числа a, b, c ≥ 1 , $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$; если одно из чисел 2, то a, b, c ни одно не равно 5 и требуется, так как тогда abc будет оканчиваться на 0. ~~Рассмотрим случаи когда $a=b=c$~~

$$a+b+c=3a$$

$$ab+bc+ca = a^2+a^2+a^2 = 3a^2$$

$$abc=a^3$$

$$\text{при } a=b=c=1$$

$$3a=3 \quad 3a=3 \quad a^3=1$$

$$x=331 \text{ (бывает бо́льшая величина чисел за } x)$$

$$\text{при } a=b=c=2$$

$$3a=3 \cdot 2=6 \quad 3a^2=3 \cdot 4=12 \quad a^3=8$$

$$x=628$$

$$\text{при } a=b=c=3$$

$$3a=3 \cdot 3=9 \quad 3a^2=3 \cdot 9=27 \quad a^3=27$$

$$x=977$$

$$\text{при } a=b=c=4$$

$$3a=3 \cdot 4=12 \quad 3a^2=3 \cdot 16=48 \quad a^3=64$$

$$x=284$$

$$\text{при } a=b=c=5$$

$$3a=3 \cdot 5=15 \quad 3a^2=3 \cdot 25=75 \quad a^3=125$$

$$x=555$$

$$\text{при } a=b=c=6$$

$$3a=3 \cdot 6=18 \quad 3a^2=3 \cdot 36=108 \quad a^3=216$$

$$x=886$$

$$\text{при } a=b=c=7$$

$$3a=3 \cdot 7=21 \quad 3a^2=3 \cdot 49=147 \quad a^3=343$$

$$x=173$$

$$\text{при } a=b=c=8$$

$$3a=3 \cdot 8=24 \quad 3a^2=3 \cdot 64=192 \quad a^3=512$$

$$x=467$$

$$a+10u=a+b+c, \text{ где } u - \text{какое-то число}$$

$$10u=b+c, \text{ так как } b \text{ и } c - \text{цифры, то } b \in [1, 9], c \in [1, 9] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u=1, \text{ так как } b+c \text{ не превышает } 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b+c=10$$

$$b+10k=ab+bc+ac, \text{ где } k - \text{некоторое число}$$

$$b+10k=a(b+c)+bc$$

$$b+10k=10a+bc$$

$$b+10(k-a)=bc$$

$$\text{методом подбора определено какие значения } b \text{ и } c \text{ удовлетворяют условиям } b+c=10 \quad b+10(k-a)=bc$$

Бланк ответов

$$b=1 \Rightarrow c=9 \quad 10(k-a)=2$$

$$1 + 10(k-a) = 9 \Rightarrow \text{не подходит, так как } 9 \nmid 10$$

$$b=2 \Rightarrow c=8 \quad 10(k-a)=14$$

$$2 + 10(k-a) = 16 \Rightarrow \text{не подходит, так как } 14 \nmid 10$$

$$b=3 \Rightarrow c=7 \quad 10(k-a)=18$$

$$3 + 10(k-a) = 21 \Rightarrow \text{не подходит, так как } 18 \nmid 10$$

$$b=4 \Rightarrow c=6$$

$$4 + 10(k-a) = 24$$

$$10(k-a) = 20 \Rightarrow \text{подходит, так как } 20 \mid 10$$

$$b=5 \Rightarrow c=5$$

$$5 + 10(k-a) = 25$$

$$10(k-a) = 20 \Rightarrow \text{подходит, так как } 20 \mid 10$$

$$b=6 \Rightarrow c=4$$

$$6 + 10(k-a) = 24$$

$$10(k-a) = 18 \Rightarrow \text{не подходит, так как } 18 \nmid 10$$

$$b=7 \Rightarrow c=3$$

$$7 + 10(k-a) = 21$$

$$10(k-a) = 14 \Rightarrow \text{не подходит, так как } 14 \nmid 10$$

$$b=8 \Rightarrow c=2$$

$$8 + 10(k-a) = 16$$

$$10(k-a) = 8 \Rightarrow \text{не подходит, так как } 8 \nmid 10$$

$$b=9 \Rightarrow c=1$$

$$9 + 10(k-a) = 9$$

$$10(k-a) = 0 \Rightarrow \text{подходит}$$

Для каждой пары чисел определить какие числа a подходят

$$b=4 \quad c=6 \quad \text{числа делятся на 2} \Rightarrow a \neq 5$$

$$abc = c + 10b, \text{ где } L - \text{ некоторое натуральное число}$$

$$29a = 6 + 10L$$

$$170 \quad 24a = 6 \quad a = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$a=1$$

$$24 - 6 = 10L,$$

$$18 = 10L \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$a=2$$

$$48 - 6 = 10L$$

$$42 = 10L \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$a=3$$

$$72 - 6 = 10L$$

$$66 = 10L \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$a=4$$

$$96 - 6 = 10L$$

$$90 = 10L \Rightarrow a=4$$

~~$a=5$
 $120-6=106$ $144=106 \Rightarrow$ не выполняется~~

$a=6$

$144-6=106$ $138=106 \Rightarrow$ не выполняется

$a=7$

$168-6=106$ $162=106 \Rightarrow$ не выполняется

$a=8$

$192-6=106$ $186=106 \Rightarrow$ не выполняется

$a=9$

~~$216-6=106$ $210=106 \Rightarrow a=9$~~

Итак, правильное число можно найти. Сумма $\begin{array}{r} 644 \\ 446 \\ \hline \end{array}$ и $\begin{array}{r} 649 \\ 246 \\ \hline \end{array}$

$b=5$ $c=5 \Rightarrow a$ - не делит на 2 $\Rightarrow a=1,3,5,7,9$

$abc = c + 10b$

$25^a=1$
 $25 = 5 + 10b$

$20 = 10b \Rightarrow a=1$

$a=3$

~~75~~ $= 5 + 10b$

$70 = 10b \Rightarrow a=3$

$a=5$

$125 = 5 + 10b$

$120 = 10b \Rightarrow a=5$

Очевидно, что 7 и 9 не подходят, так как 25 7 4 25 9 оканчиваются на 5 $\Rightarrow 257-5$ 10, $259-5$ 10

Итак, правильное число можно найти. Сумма $\begin{array}{r} 155 \\ 551 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 355 \\ 553 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 555 \\ 555 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 755 \\ 955 \\ \hline \end{array}$, $\begin{array}{r} 557 \\ 559 \\ \hline \end{array}$

$a=1$

$8 = 10b \Rightarrow$ не выполняется

$a=2$

$18-1=10b$

$17=10b \Rightarrow$ не выполняется

$a=3$

~~$27-1=10b$~~ $\Rightarrow$ не выполняется

$a=4$

$36-1=10b$

$a=5$

$45-1=10b$

$a=6$

$54-1=10b$

$a=7$

$63-1=10b$

$a=8$

~~$72-1=10b$~~

~~$81-1=10b$~~

$35=10b \Rightarrow$ не выполняется

$44=10b \Rightarrow$ не выполняется

$53=10b \Rightarrow$ не выполняется

$62=10b \Rightarrow$ не выполняется

$71=10b \Rightarrow$ не выполняется

$80=10b \Rightarrow a=9$

Бланк ответов

199, 551, 553, 555, 557
~~991, 455, 355, 555, 755,~~
 553, 644, 649
~~995, 446, 946~~

Я рассматривала случаи, когда а-цифра в разряде сотен, б-цифра в разряде десятков, а-цифра в разряде единиц, однако замечу, что могут быть и другие варианты, но исковые числа охватываются предельным.

199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

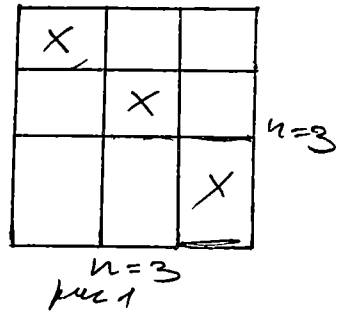
^{N 5}
 Буду повторю, что когда Висс ~~намеревался~~ ~~становился~~ буди-
 ем квадрат, ~~то он~~ ~~составил~~ ~~мне~~ ~~исключение~~, ~~и~~ ~~был~~ ~~близ~~
 криво

Когда Витя ~~и~~ выбирает квадрат, буду ставить в этом
квадрат крестик. Поменяю ~~судя~~ мучаю равносильно,
выбранные квадраты для отгадывания и

Если $n \in [1, 3]$, то Витя может выбрать квадраты, которые
расположены на одной из главных диагоналей квадрата, ведь
ква выбраных квадратов ~~все~~ n меньше 4, а значит они
все могут лежать на 1-й диагонали. Когда же
числа расположены на главной диагонали
они все лежат в разных строках и
столбцах

X		
	X	
		X

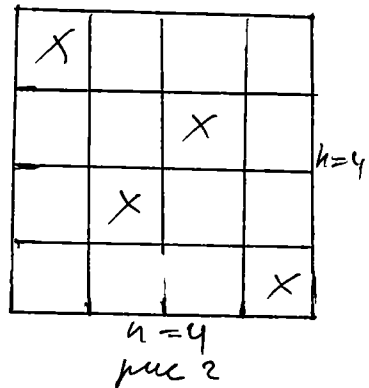
$n=3$



Если $n = 4$, то Риме следует выбрать квадраты, так, чтобы они не состояли из той же самой диктаны, ведь тогда 4 квадрата будут на одной прямой, ~~то~~ но все состоит в том, чтобы избежать и шмидков такое возможно, ведь шмидков 4 и шмидков 4

Например рис 2

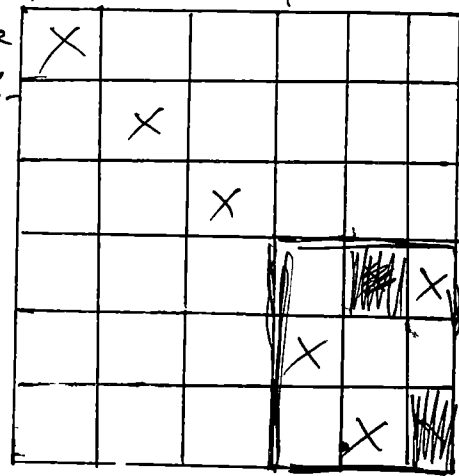
Рис. 2



Есть $n=56$, и в Вине ^{необходимо} ~~необходимо~~ 3 клетки на одной из главных диагоналей квадрата. Показ ~~у~~ ~~на~~ ~~отметки~~ ~~от~~

уже не сможет выбрать клетки, которые касаются
одной из сторон ширины или в другом направлении
уже помечены $\Rightarrow$ все клетки будут помечены
клетки в квадрате $4-3 \times 4-3$ так, чтобы они не касались
Международная олимпиада школьников УрФУ «Изумруд» 2024/25. 2 этап

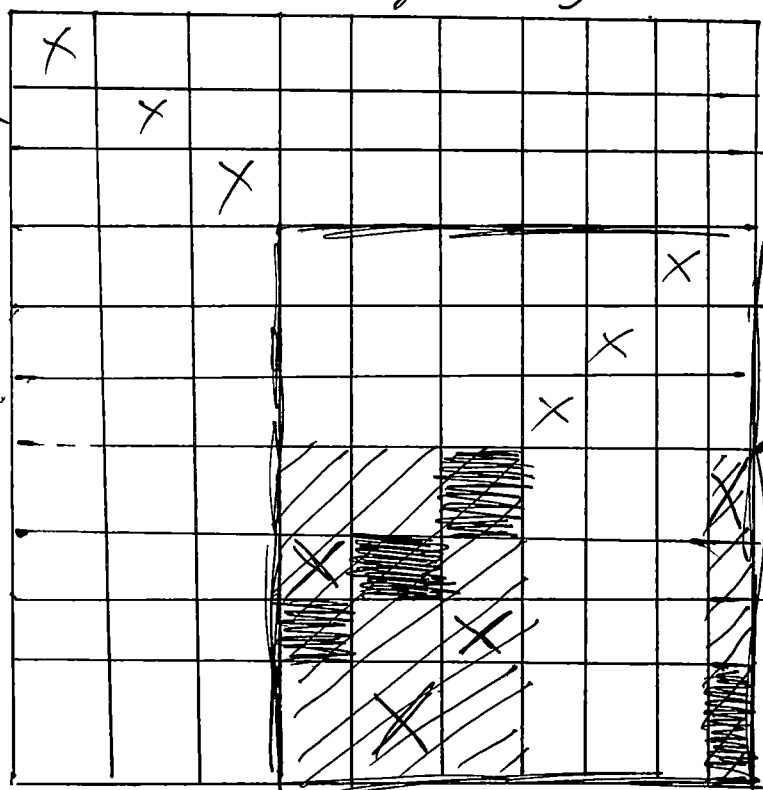
на той главной диагонали, где уже выбрано 3 числа
ведь тогда и клетки будут иметь те 1-4 значения
Это возможно сделать ведь когда 5×5 $n=5$
сделаем квадрат 2×2 из 2 клеток которого уже выбрали
выбрано $\Rightarrow$ выбираем оставшиеся две клетки в разном
строке и столбце, так что у Виты не получится
когда же $n=6$ сделаем квадрат 3×3 из 3 клеток
которых только выбрали в этом случае
Виты можно выбрать 3 клетки из оставшихся
и это возможно сделать (см рис 3)



$n=6$

рис 3
(затененные клетки
имеют значения)

Если $n > 7$, то так не получится
выберем 3 клетки на одной из глав- $n=6$
ных диагоналей. Пусть выберем диагональ
Виты $n-3 \times n-3$ Здесь
диагональ вернее диагональ выбраной
изначально три. Если же $n-3$ - нечетное,
то клетки между собой те же самые
диагонали квадрата $n-3 \times n-3$, а если $n-3$ - не четное, то
сбавим все выбранные клетки на 1 в сторону вверх
или вниз (зависит от равномерности) Это нужно сделать,
чтобы клетки 2-4 главной не имели те 1-4
пример клетки можно выбрать так (см рис 4)



$n=10$

рис 4

далее опишем выбор
 $n-6$ клеток их можно
выбрать, так как все возможные
выбора 6 клеток от 6-й
клетки можно поставить в
однажды, затененные
на рис 4. Эти области содержат
и $n-6$ строк и столбцов
три из них в $n-6$ клетки $n-10$
выбраны клетки (затененные).
Таким образом Виты всегда
можно выбрать $n-6$
клеток из основного
устройства (например рис 4)
Однако, Виты можно получить
вот задумку при любом
наименьшем n

указанное построение
не будет работать
при больших n

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ЛИСТ №1

№4

пусть $x=y=z$

$$2^{x+x} \cdot x = 2^{x+x} (x+x+x)$$

$$2^{x^2} x = 2^{2x} 3x$$

$$2^{2x} 3x - 2^{x^2} x = 0$$

$$x(2^{2x} 3 - 2^{x^2}) = 0$$

$$x=0$$

$$2^{2x} 3 - 2^{x^2} = 0$$

$$2^{2x} 2^{\log_2 3} = 2^{x^2}$$

$$2^{2x + \log_2 3} = 2^{x^2}$$

$$x^2 = 2x + \log_2 3$$

$$x^2 - 2x - \log_2 3 = 0$$

$$D = 4 + 4 \log_2 3$$

$$x = \frac{2 + 2\sqrt{1 + \log_2 3}}{2} = 1 + \sqrt{1 + \log_2 3}$$

$$x = \frac{2 - 2\sqrt{1 + \log_2 3}}{2} = 1 - \sqrt{1 + \log_2 3}$$

$1 + \sqrt{1 + \log_2 3}$ и $1 - \sqrt{1 + \log_2 3}$ не являются
 целыми, так как $\log_2 3$ не
 целый $\Rightarrow 1 + \log_2 3$ не целый $\Rightarrow$
 $\sqrt{1 + \log_2 3}$ не целый $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ ~~$1 \pm \sqrt{1 + \log_2 3}$~~ не целые
 $\Rightarrow x \neq 1 \pm \sqrt{1 + \log_2 3}$

$$x=0, y=0, z=0$$

Ответ $(0, 0, 0)$ $x, y, z \in \mathbb{N}$

