



3101658449737

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К О Р Я К И Н

Имя Н И К И Т А

Отчество О Л Е Г О В И Ч

Дата рождения 0 2 0 2 2 0 0 7

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 1 1 5

Телефон 8 9 1 2 3 3 2 5 5 2 3

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101658449737

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия П Е Р М Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	—	—	5	0					
Балл члена жюри №2	20	—	—	5	0					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N1 $n \% 10 = a$ - данная запись обозначает что остаток по модулю b от n равен a

Так как нам не важно какой именно буквой обозначен разряд, возьмем его запись как abc $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b, c \leq 9$

$$1) (a+b+c) \% 10 = c$$

$$\downarrow$$

$$\begin{cases} (a+b) \% 10 = 0 \\ 1 \leq a+b \leq 18 \end{cases}$$

$\downarrow$
 $a+b = 10$ единств. подходящий вариант +

$$2) (ab+bc+ac) \% 10 = b$$

$$(c(a+b)+ab) \% 10 = b$$

$$\downarrow \text{ из п1}$$

$$(10c+ab) \% 10 = b$$

$$10c \% 10 = 0$$

$\downarrow$
 $ab \% 10 = b$ Получается при умножении b на a последние цифры b . Также возможно когда $a=1$ (1 $b=b$), если b -четно, то $a=6$ ($6b=5b+b, 5b \text{ оканч. } 0$), если b -нечетно, то $b=5$ и $a=4$ ($4b=3b+b, 3b \text{ оканч. } 5$),
 ведь остальные нечетные цифры не имеют повторение последней

цифры при умножении

из п1 $a+b=10$

• $a=1, b=10-a=9$

$a=6, b=10-6=4$, 4-четное, поэтому подходит в данном случае
 $a=5, b=10-5=5$, 5-нечетное, поэтому подходит

$$3) abc \% 10 = a$$

Берем случаи, которые вывели в п2

• $a=1, b=9$ • $a=5, b=5$

$9c \% 10 = 1$ $25c \% 10 = 5$

$9 \cdot 9 = 81 \rightarrow c=9$

в данном случае c -любая нечетная цифра или $c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$

• $a=6, b=4$

$24c \% 10 = 6$

$4 \cdot 4 = 16 \rightarrow c=4$ $4 \cdot 9 = 36 \rightarrow c=9$

$c=4$ $c=9$

+

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

№4

Звезда с палочкой, а не без палочки,
тогда не сумать

$$2^{xy} \leq 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$z \leq x+y+z$$

$$2^{xy} > 2^{x+y} \Rightarrow 2^{xy-x-y} > 1$$

$$xy > x+y$$

$$x > 1 \text{ и нет случая } x, y \leq 1$$

$$2^{xy-x-y} z = x+y+z$$

$$z(2^{xy-x-y} - 1) = x+y$$

$$\text{тогда } z \in \mathbb{N}$$

$$x+y \text{ делится на } 2^{xy-x-y} - 1$$

Тут еще важно заметить, что $x+y$ растет линейно,
а $2^{xy-x-y} - 1$ экспоненциально, ее значение будет возрастать быстрее
и не уменьшается при росте степеней

Это значит, что при обнаружении момента, когда $2^{xy-x-y} > x+y$,
дальше разность будет только возрастать и переборные варианты
проверять не будут

Перебор, будем находить z для x и y (x и y взаимозависимы)
 $x \leq 2, y \leq 2$ ~~большее~~ и меньше ~~справить~~ нельзя $x, y \leq 2, x \neq y$

$$x=3, y=2 \Rightarrow z = \frac{5}{2^{5-3-2}-1} = \frac{5}{1-1} \Rightarrow x=3, y=2, z=5 \text{ и } x=2, y=3, z=5 \checkmark$$

$$x=4, y=2 \Rightarrow z = \frac{6}{2^{6-4-2}-1} = \frac{6}{3-1} = 3 \Rightarrow x=4, y=2, z=3 \text{ и } x=2, y=4, z=3 \checkmark$$

$$x=5, y=2 \Rightarrow z = \frac{7}{2^{7-5-2}-1} = \frac{7}{4-1} = 1 \Rightarrow x=5, y=2, z=1 \text{ и } x=2, y=5, z=1 \checkmark$$

$$x=6, y=2 \Rightarrow z = \frac{8}{2^{8-6-2}-1} = \frac{8}{15-1} \notin \mathbb{N} \text{ дальше смотрим при } y=2 \text{ не надо ведь}$$

$$x=2, y=3 \text{ аналогично } x=3, y=2$$

$$x=3, y=3 \Rightarrow z = \frac{8}{2^{9-6-1}-1} = \frac{6}{7-1} \notin \mathbb{N} \text{ и заканчиваем перебор с } y=3$$

$$x=2, y=4 \Rightarrow z = \frac{6}{2^{6-4-2}-1} = \frac{6}{3-1} \notin \mathbb{N} \text{ аналогично } x=4, y=2$$

$$x=3, y=4 \Rightarrow z = \frac{7}{2^{7-4-1}-1} = \frac{4}{3-1} \in \mathbb{N}$$

$$x=2, y=5 \text{ none, то и } x=5, y=2$$

$$x=3, y=6 \Rightarrow z = \frac{8}{2^{15-8-1}-1} = \frac{8}{127-1} \notin \mathbb{N}$$

Бланк ответов

продолжение №4

$$x \geq 2, y \geq 2, z \geq 2 \Rightarrow \frac{8}{2^{12-9+1}} = \frac{8}{15} \neq \frac{8}{15} \neq 0$$

При этом x начало ломаться условие, а значит эта запись при увеличении y больше не будет решением, которое дает натуральное значение

ответ (предоставлен в формате (x, y, z)) $(2, 3, 5), (2, 4, 2), (2, 5, 1),$

$(3, 2, 5), (4, 2, 2), (5, 2, 1)$

7

№5

Будем ~~разбивать~~ разбивать всю доску на 2×2 квадраты

Сначала в верхнем левом квадрате ~~(1,1)~~ заштриховываем

в такую фигуру. Затем в нижнем левом квадрате $(\frac{n}{2}, \frac{n}{2})$ заштри-

ховываем ~~такую же~~ фигуру. Затем в $(\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1)$, потом $(\frac{n}{2} - 1, \frac{n}{2})$ и

т.д.

Если n - чет то пересечений вообще не будет ведь диагонали
и ~~главные~~ не пересекаются, а именно на этих и нао-
днее все клетки

Если n - нечет, то максимум 1 ~~пересечение~~ ^{доп клетка},
ведь главные диагонали только 1 раз
пересекаются, а в одной мануальности
не может бы ~~такая~~ фигура

Значит ≥ 4 клеток на одной стороне
не проходит

но это не смотрим,
другой пример
и на одну сторону

2

Международная олимпиада школьников УрФУ «Изумруд» 2024/25, 2 этап



Бланк ответов

