



3101483492429

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П Е Т Р О В

Имя Г Е О Р Г И Й

Отчество А Н Д Р Е Е В И Ч

Дата рождения 0 2 0 4 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И 5 2 1

Телефон 8 9 1 9 6 6 7 6 3 3 1

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101483492429

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия *ЕКАТЕРИНБУРГ*

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

Время выхода с *12 55* до *13 00*

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	<i>20</i>	<i>-</i>	<i>-</i>	<i>15</i>	<i>0</i>					
Балл члена жюри №2	<i>20</i>	<i>-</i>	<i>-</i>	<i>15</i>	<i>0</i>					

Итоговый балл *35*

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N1

Пусть $100a + 10b + c$ число без ограничений области

По условию

$$1) c = (a + b + c) \pmod{10}$$

$$2) b = (ab + bc + ca) \pmod{10}$$

$$3) a = (abc) \pmod{10}$$

4) $a \neq 0$, т.к. ~~если~~ a — первая цифра

$$\textcircled{1} \quad a + b + c \equiv c \pmod{10} \Leftrightarrow a + b \equiv 0 \pmod{10}, \text{ т.к. } a \text{ и } b \text{ — это цифры, то } a \leq 9, b \leq 9 \Rightarrow a + b = 10k, k \in \mathbb{Z}, \\ a + b > 0, \text{ т.к. } a \neq 0 \Rightarrow k = 1, b = 10 - a \checkmark$$

$$\textcircled{2} \quad ab + bc + ca \equiv b \pmod{10} \Leftrightarrow \cancel{ab + bc} \equiv 0 \pmod{10},$$

$$\text{из } \textcircled{1} \Rightarrow a(10 - a) + (10 - a)c = 10a - a^2 + 10c - ac,$$

$$0 < a \leq 9, c \leq 9$$

$$\text{из } 1) \Rightarrow a(10 - a) + (10 - a)c + ca = 10a - a^2 + 10c - ac + ac = \\ = 10a - a^2 + 10c \stackrel{3)}{=} (10a - a^2 + 10c) \equiv b \pmod{10} =$$

$$\equiv (10 - a) \pmod{10}$$

$\Downarrow$

$$10a - a^2 + 10c + a - 10 \equiv 0 \pmod{10}$$

$\Downarrow$

$$11a - a^2 \equiv 0 \pmod{10}$$

$$a(11 - a) \equiv 0 \pmod{10}$$

Пусть $a \in [1, 9]$

Какие подходят только

$$a = 1 \Rightarrow b = 9$$

$$a = 5 \Rightarrow b = 5$$

$$a = 6 \Rightarrow b = 4 \quad \checkmark$$

③ по 3) найдем c

$$abc \equiv a \pmod{10}, \quad abc - a \equiv 0 \pmod{10}$$

• При $a = 1, b = 9$

~~$$9ac - 1 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c = 9$$~~

$$9c - 1 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c = 9$$

• При $a = 5, b = 5$

$$25c - 5 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c - \text{нечетное}, c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

• При $a = 6, b = 4$

$$24c - 6 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c = \{4, 9\}$$

Получаем ответ

Ответ. числа удовлетворяют 199, 551, 553, 555, 557, 559,

644, 649

и

$$2^{xy} \cdot z = 2^{x+y} (x+y+z) \cdot 2^{x+y}$$

~~$$2^{xy-x-y} \cdot z = x+y+z$$~~

$$z = \frac{x+y+z}{2^{xy-x-y}-1}, \text{ так } z \in \mathbb{N}, \text{ то}$$

$$x+y+z \geq 2^{xy-x-y}-1 \quad (1)$$

$$x+y \geq 2^{xy-x-y}-1 \quad (2)$$

Без ограничения общности считаем, что $x \geq y$

из (1) получаем

$$2^{xy-x-y}-1 \geq 0 \Rightarrow xy-x-y \geq 1 \Leftrightarrow$$

$$x(y-1)-y+1 \geq 1 \Leftrightarrow (x-1)(y-1) \geq 2$$

Один из множителей ≥ 2 , так $x \geq y$, то пусть $x \geq 3, y=2, x, y \in \mathbb{N}$

Если взять $x \geq 3, y \geq 3$, то $x+y \geq 6$, а

$$2^{xy-x-y}-1 \geq 2^{(6-6)}-1 \geq 1, \text{ а } 2^3-1=7$$

как получена оценка!

и так, знаменатель растет экспоненциально, то если

$$\text{или } x \geq 3, y=2; \text{ т.е. } y=2$$

Для случая $x \geq 3, y=2$

$$xy-x-y = x-2 \Rightarrow z = \frac{2+x}{2^{x-2}-1}$$

$u(x, z) = 2 + x \cdot 2^{x+z} - 1$, значит
 в знаменателе растет $\Rightarrow x - x = \{3, 4, 5\}$
 три таких x :

$$x=3 \Rightarrow z=5$$

$$x=4 \Rightarrow z=2$$

$$x=5 \Rightarrow z=1$$

Учитывая симметрию x, y

Ответ $3, 2, 5 \quad 2, 3, 5$
 $4, 2, 2 \quad 2, 4, 2$
 $5, 2, 1 \quad 2, 5, 1$

±

и 5

из $u(x, z) \Rightarrow$ что квадраты не являются
 диагоналями $n \times n$

Один из вариантов построения начинать
 слева сверху с 3 клеток и получить также
 фигуру , и потом чередовать, поставив
 от самой правой клетки на 1 вправо, к нижней
 борти. И почему она работает?

Линия отреза

Бланк ответов

