



3101658325137

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Б Ы К А Н О В

Имя А А Н И И Л

Отчество В И Т А Л Ь Е В И Ч

Дата рождения 1 2 0 9 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Э 5 0 3

Телефон + 7 9 0 2 5 0 6 3 9 0 0

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101658325137

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с 12 52 до 12 56

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	10	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	10	0					

Итоговый балл 70

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

1) Пусть abc наше трехзначное число - так можно считать, так как все условия симметричны относительно чисел a, b, c . Тогда последняя цифра числа $a+b+c$ - это $= 7a+b+c = 10k+c, k \in \mathbb{Z}$ $= 7a+b+10$, но $a, b \leq 9 \Rightarrow 7a+b \leq 18$ и $a \neq 1$, так abc - трехзначное $= 7a+b+1 = 7a+b=10$, так группа делителей на 10 значений эта группа группировать не может

Тогда $a+b+c+a = c(a+b)+ab = 10c+b(10-b) = 10c+10b-b^2$ - в этом числе на последнюю цифру в записи выйдет только b^2 , так как $10c$ и $10b$ могут выстать лишь на более старшие разряды, так как делится на 10. Тогда в качестве b нам нужна такая цифра, при возведении в квадрат кот из числа, делящегося на 10 мы в конце записи разрядности получим 0. Если $b=0$ не подходит, так $a=10$ сделаем перебор b по предыдущей критерий

$b=1$ $100-1^2=99$ - не подходит, $b=2$ $100-2^2=96$ - не подходит, $b=3$ $100-3^2=91$ - не подходит, $b=4$ $100-4^2=84$ - подходит, $b=5$ $100-5^2=75$ - подходит, $b=6$ $100-6^2=64$ - не подходит, $b=7$ $100-7^2=51$ - не подходит, $b=8$ $100-8^2=36$ - не подходит, $b=9$ $100-9^2=19$ - не подходит

1сл. $b=4 \Rightarrow 7a=10-b \Rightarrow 7a=6 \Rightarrow a=6/7$ не целое, тогда $c=0$ не под, $c=1$ - не под, $c=2$ $4+2=6$ - не под, $c=3$ $4+3=7$ - не под, $c=4$ $4+4=8$ - не под, $c=5$ $4+5=9$ - не под, $c=6$ $4+6=10$ - не под, $c=7$ $4+7=11$ - не под, $c=8$ $4+8=12$ - не под, $c=9$ $4+9=13$ - не под, так подходят числа 644 и 649

2сл. $b=5 \Rightarrow 7a=5 \Rightarrow a=5/7$ не целое, тогда $c=0$ не под, $c=1$ $5+1=6$ - не под, $c=2$ $5+2=7$ - не под, $c=3$ $5+3=8$ - не под, $c=4$ $5+4=9$ - не под, $c=5$ $5+5=10$ - не под, $c=6$ $5+6=11$ - не под, $c=7$ $5+7=12$ - не под, $c=8$ $5+8=13$ - не под, $c=9$ $5+9=14$ - не под, так подходят числа $557, 558, 559, 567, 568, 569$

N 1 (продолжение)

$36 \cdot 6 = 9 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 96 (= 96 - \text{последняя цифра делится на } 9)$

$9 (= (10-1) \cdot 1) = 10 - 1 = 9$ ~~но не вычитается из девяти~~

$= 10 - 1 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 1 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow 1 \equiv 9 \pmod{10} \Rightarrow 9$ - единичный разряд чисел

Тогда здесь нам подходит 199

Ответ 199, 551, 553, 557, 559, 555, 644, 649

+

Задача 2

1) Завели граф, где шахматисты - вершины и ~~вершины~~ вершины

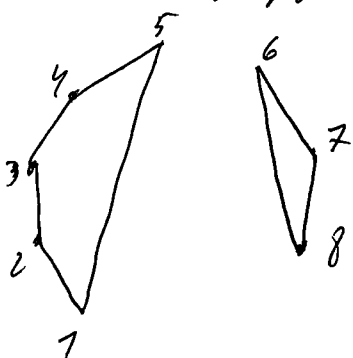
соединены ребрами тогда и только тогда, когда соотв шахматисты играли друг с другом. Тогда после 5 туров каждый шахматист

сыграл 5 партий $\Rightarrow$ степень каждой вершины $= 7 - 5 = 2$

Имеем граф на 8 вершинах, где степень каждой $= 2$

~~Тогда, если в графе нет циклов, то тогда в графе есть цикл~~ Заметим, что тогда в графе

еще за $a-b$ обходится ребро, из вершин a и b , удаленное в соотв туре. Запишем вершины числами от 1 до 8



Приведем пример, когда необходимо провести 6 туров после 5

1 тур 5-3, 1-8, 2-7, 4-6

2 тур 5-2, 4-7, 3-8, 1-6

3 тур 4-2, 1-7, 3-6, 5-8

4 тур 4-1, 3-7, 5-6, 2-8

5 тур 3-1, 5-7, 2-6, 4-8

В каждой паре
степень каждой
вершины увели-
шается на 1 и
никакое ребро
не удаляется
Получим

Тогда после этого остаются 2 цикла 1-2-3-4-5-7 и 6-7-8-6

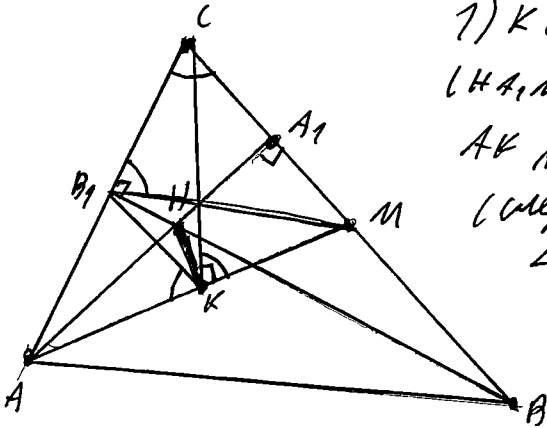
Заметим, что тогда 8 может сыграть только с 7 и 6, но тогда
либо 6, либо 7 не найдёт себе пары $\Rightarrow$ 6 тур провести

невозможно

Ответ да

+

Задача 3



1) $K \in (HA_1M)$ и $\angle H + \angle M = 90^\circ \Rightarrow HM$ - диаметр $(HA_1M) \Rightarrow \angle HKM = 90^\circ$ HA_1MK - вписанный $\Rightarrow$
 $AK \perp AM = AH \perp AA_1 = AB_1 \perp AC \Rightarrow C, B_1, K, M$ - вписанный
 (следствие из того, что $\angle B_1HA_1$ - тоже вписанный, т.к.
 $\angle CB_1H = \angle CA_1K = 90^\circ \Rightarrow \angle CKM = \angle CB_1M, B_1AM$ - медиана
 $\triangle AB_1M \sim \triangle CB_1B \Rightarrow B_1M = CM \Rightarrow \triangle CMB_1$ - равнобедренный
 $\Rightarrow \angle CA_1M = \angle B_1CM = \angle B_1KA$ из вписанности
 $\Rightarrow \angle CKM = \angle B_1KA = \angle CKM$ - внешние дуги диаметра -

$\angle A \perp B_1KC$ и $\angle HKM = 90^\circ \Rightarrow HK$ - биссектриса $\angle CKM$ т.к. $\angle$

Задача 4

$2^x z = 2^{x+y} (x+y+z)$ симметрично относительно x и $y \Rightarrow$ можно считать, что $x \geq y \geq 0$ т.к. $x=y=1 \Rightarrow 2z = 2^2(2+z) \Rightarrow 2z = 8+4z \Rightarrow$

$2z+8=0$, но $z \in \mathbb{N} \Rightarrow 2z+8 \geq 8 \Rightarrow x=y=1$ не подходит

2) $x=2$ и $y=1 \Rightarrow 2^2 z = 2^3(3+z) \Rightarrow 4z = 24+8z \Rightarrow 4z+24=0$ - противоречие, т.к. $z \in \mathbb{N}$

3) $x=y=2 \Rightarrow 2^4 z = 2^4(4+z) \Rightarrow z = 4+z \Rightarrow 4=0$ - противоречие

4) $x \geq 3$ и $y=1$ тогда $2^x z = 2^{x+1} (x+z+1) \Rightarrow z = 2(x+z+1) \Rightarrow$

$z = 2x+2z+2 \Rightarrow 2x+z+2=0$ невозможно, т.к. $x, z \in \mathbb{N}$

5) $x \geq 3$ и $y \geq 2$, тогда $xy - x - y = x(y-1) - y \geq x(y-1) - x = x(y-2) \geq 0$

$\Rightarrow 2^x z = 2^{x+y} (x+y+z) \Leftrightarrow 2^{x-y} - x - y = z = x+y+z \Rightarrow x+y = (2^{x-y} - x - y - 1) z$

$z \in \mathbb{N} \Rightarrow x+y \geq 2^{x-y} - x - y - 1$ тогда $2^{x-y} - x - y \geq 2^{x(y-2)}$ аналогично для $y \geq x$

и если $2 \leq y \leq 3$ пусть $y=2$, тогда $x(y-2) \leq x+y \Leftrightarrow x(2-2) \leq 2+y \Leftrightarrow 0 \leq 2+y \Rightarrow y \leq 3$
 $\Rightarrow x \leq 4$, тогда $x+y \geq 2^{x-y} - x - y - 1$ и $x(y-2) \leq x+y$ тогда $x \leq 4$
 Проверим при $x \leq 4$, но $x \neq y$ не подходит
 Проверим при $x=y=1$ функция 2^x растет быстрее, чем x
 и при $x=y=2 \Rightarrow 2^4 - 2 \geq 1 \Rightarrow 16 - 2 \geq 1$ $\Rightarrow \forall a \in \mathbb{N} 2^a \geq a$, но тогда, если $y \geq 4$ и $x \leq 4$ и $x \neq y$,
 то $x=y=4$ проверим $4+4 = (2^{16-4} - 1) z = (2^8 - 1) z \geq 2^8 - 1 \geq 100 > 4+4$ - не
 подходит

№4 (продолжение)

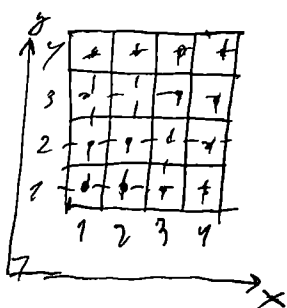
Если же $2^{x+y-2} \nmid 2^{x(4-2)} \nmid x+y$, то $x(4-2) \nmid x+y$ не рассматриваем
 $\Rightarrow 2^{x+y-2} \nmid 2^{x(4-2)} \nmid x+y$ $\Rightarrow x(4-2) \nmid x+y$ $\Rightarrow x \geq 5, y=2, 3, 4, 5$
 $2(2^{x+y-2}) \nmid 2^{x+y-2} \nmid 2^{x(4-2)} \nmid x+y$ $\Rightarrow x(4-2) \nmid x+y$ $\Rightarrow x \geq 5, y=2, 3, 4, 5$
 $\Rightarrow \nexists z \in \mathbb{N} \quad 2(2^{x+y-2}) \nmid x+y - 1$ таких случаев как не получается
 $\Rightarrow \begin{cases} y \leq 4 \\ x < 5 \end{cases}$ разберем (здесь уже разобраны случаи)

$x=4, y=2 \quad 2^8 z = 2^6(6+z) \Rightarrow 4z = 6+z \Rightarrow 3z = 6 \Rightarrow z=2$
 $\Rightarrow x=4, y=2, z=2$ и соответ $x=2, y=4, z=2$ - тоже
 $x=4, y=3 \quad 2^{12} z = 2^7(7+z) \Rightarrow 2^5 z = 8+7 \Rightarrow 31z = 15 \Rightarrow z = \frac{15}{31} < 1$ - не подходит
 $x=3, y=2 \quad 2^6 z = 2^5(5+z) \Rightarrow 2z = 5+z \Rightarrow z=5$
 $\Rightarrow x=3, y=2, z=5$ подходит и соответ $x=2, y=3, z=5$ - тоже
 $x=3, y=3 \quad 2^9 z = 2^6(6+z) \Rightarrow 8z = 6+z \Rightarrow 7z = 6$ - не подходит

Ответ $(4, 2, 2), (2, 4, 2), (3, 2, 5), (2, 3, 5)$ - $\pm$
 единств. решениями

Задача 5

1) Введем декартову систему координат следующим образом



центр каждого квадрата в 1-ой строке имеет координату по Ox центр крайнего левого квадрата в 1-ой строке имеет координату 1 по Ox . Тогда центр каждого квадрата будет иметь некоторые натуральные координаты (x, y) , где $x \in [1, n]$ и $y \in [1, n]$

~~Полностью выбрать центры точек, чтобы однозначно координаты по x и по y не по x и по y не образуют~~

~~в n столбцах раз квадраты координат по Ox и по Oy не образуются однозначно~~
~~но эти центры связаны с натуральными координатами~~

Будем брать центры со следующими координатами $(1, 1), (1, 2), \dots, (1, n), (2, 1), (2, 2), \dots, (n, n)$

Нам нужно, если $(1, 1), (1, n), (2, n-1), (n-2, 2)$,

если $(1, a)$ и $(a, 1)$, при этом после $(1, a)$ и $(a, 1)$ идет

№ 5 (проголосовал)

$(i' + 1, a_1)$ строка, если предположим, что $\exists$ 4-грамма, содержащая на 7-м месте строки элемент, то можем мы $\exists$ a, b, c, d 4-грамм.

[illegible]

=? выбрали нужные квадратов
центры

$(2, n-1), (3, n-2), (4, n-3), (5, n-4)$ лежат на одной прямой

