



1302974405847

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия А П Е Н К И Н

Имя А Р С Е Н И Й

Отчество И Г О Р Е В И Ч

Дата рождения 1 6 1 1 2 0 1 0

Город участия С У Р Г У Т

Аудитория 2 7 2

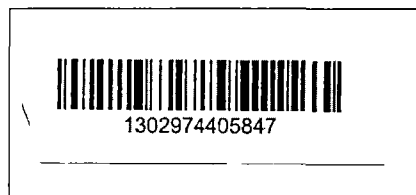
Телефон + 7 9 8 2 4 1 5 7 2 7 1

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия С У Р Г У Т

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
 Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	0	0					

Итоговый балл 20

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

Решение:

На вывеске могли оказаться следующие неверные числа 66, 69, 96. Обозначим число вывески - y , оно может равняться любому из чисел 66, 69, 96. Пусть x - количество товаров в ассортименте магазина. Тогда по условию задачи $99x - yx = 2025$

$$\text{Преобразуем } x(99 - y) = 2025$$

Разложим 2025 на простые множители

$$2025 = 45 \cdot 45 = 9 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 5 = 3^4 \cdot 5^2$$

Тогда получается, $99 - y$ должно делиться на простой множитель числа 2025

$$99 - 66 = 33$$

$$99 - 69 = 30$$

$$99 - 96 = 3$$

2025 должно делиться на одно из чисел 33, 30, 3

Это число 3; получается

$y = 96$ Подставим в уравнение

$$x(99 - 96) = 2025,$$

$$3x = 2025, \quad x = \frac{2025}{3} = 675 - \text{единственная}$$

ответ в задаче

Ответ 675

+

Задача 2.

Решение

Посчитаем количество способов выбрать пару из 6 человек

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 5 \cdot 3 = 15$$

Так проведено 3 тура уже было выбрано $3 \cdot 3 = 9$ пар. Осталось выбрать $15 - 9 = 6$ пар. Посмотрим, всегда ли из 6 пар можно выбрать походящие 3 пары. Всегда

1-2	2-1	3-1	4-1	5-1	6-1
1-3	2-3	3-2	4-2	5-2	6-2
1-4	2-4	3-4	4-3	5-3	6-3
1-5	2-5	3-5	4-5	5-4	6-4
1-6	2-6	3-6	4-6	5-6	6-5

Вверху таблица пар есть в туре и-рае пара она зачеркивается в двух столбцах. Пару кельза будет выбрать кога в каком-то столбце ни остаются пары. После трех туров в каждом столбце останется хотя бы одна пара. Допустим, мы хотим чтобы во втором столбце ни осталось пар. Выбираем пару 2-6. Больше пар с двойками выбирать нельзя. Таким образом за каждый тур можем вычеркнуть 1 пару. Поэтому всегда из оставшихся 6 пар можно выбрать 3 пары.

Неверно

Ответ нет

Бланк ответов

-Задание 3

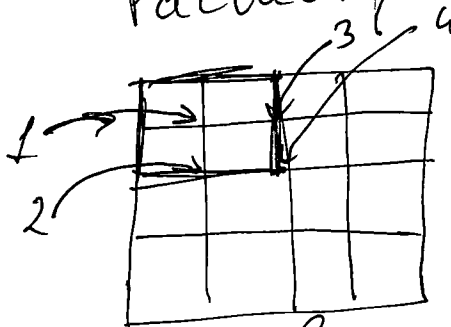
Решение:

Рассмотрим квадрат 2×2 , в котором стоят числа a, b, c, d . Сумма чисел $(a+b+c+d) \bmod 4 = 0 \bmod$ - сумма чисел остатков. Тогда, $(a \bmod 4 + b \bmod 4 + c \bmod 4 + d \bmod 4) \bmod 4 = 0$. Возникли 4 случая

- (1) $a \bmod 4 = 0$
 $b \bmod 4 = 0$
 $c \bmod 4 = 1$
 $d \bmod 4 = 3$
- (2) $a \bmod 4 = 0$
 $b \bmod 4 = 0$
 $c \bmod 4 = 2$
 $d \bmod 4 = 2$
- (3) $a \bmod 4 = 1$
 $b \bmod 4 = 1$
 $c \bmod 4 = 1$
 $d \bmod 4 = 1$

- (4) $a \bmod 4 = 0$
 $b \bmod 4 = 0$
 $c \bmod 4 = 0$
 $d \bmod 4 = 0$

Квадрат $n \times n$ может состоять из квадратов типа (1), (2) или (4), либо только из квадратов типа (3).
 Количество квадратов в таблице, учитывая те, которые накладываются друг на друга - $(n-1)(n-1) \cdot 2$
 Рассмотрим квадрат 4×4



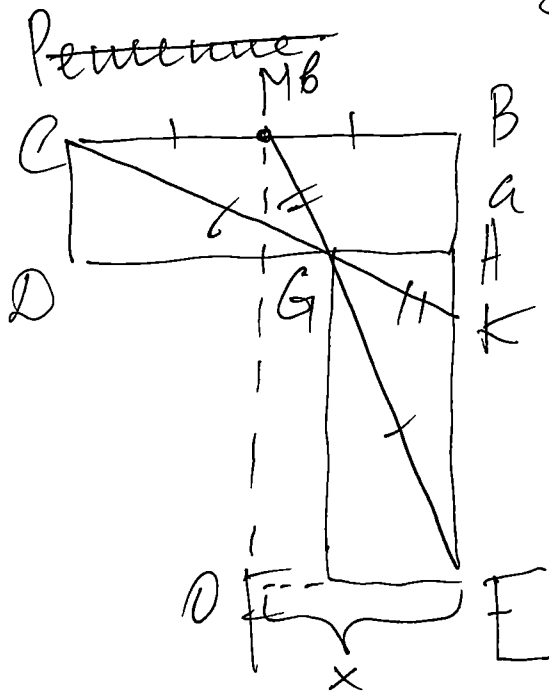
Первый квадрат можно выбрать 3 способами (стрелочкой в центр показан квадрат).
 2 и 3 квадрат можно выбрать также 3 способами. А

и квадрат остается только 1 способ. И еще 1 способ заполнения квадрата. Квадраты 2×2 типа (3).
 Числа в квадрате есть ~~два~~ квадраты 2×2 .
 на каждое число 25 способов несекаются.

Способов выбрать числа в квадрате 25^4 способов выбрать тип квадрата 2^{n-3} .
 2x2 в квадрате 4×4 $25 + 25 \cdot 3^{n-2} + 1$

Ответ $25 \cdot 3^{n-3} + 1$
 $25^4 + 25 \cdot 3^{n-2} + 1$
 Международная олимпиада школьников УрФУ «Изумруд» 2024/25, 2 этап

Задача 5



Дано: ABCD и AE — равные прямоугольники,
 $CM = BM$,
 CK

$$\angle FEG = \angle FEM$$

Найти: ~~BK~~ $\frac{BK}{KE}$

Решение

Пусть $AB = a$, $BC = b$

$BE = ME = a + b$, Пусть $ME = x$,

$$\frac{x}{a+b} = \frac{a}{b}, \quad xb = a(a+b), \quad x = \frac{a(a+b)}{b}$$

$$BC = b = 2x = \frac{2a(a+b)}{b}$$

$$BE = a + b$$

$$\frac{a(a+b)}{b} = \frac{b}{2}$$

$$b^2 = 2a(a+b)$$

$$b = 2a$$

$$\frac{BK}{KE} = \frac{2,5a}{0,5a} = \frac{25}{5} = 5$$

$$CG = GE$$

$$MG = GK$$

$$\triangle CMG = \triangle GKE$$

$$KE = CM = \frac{1}{2}CB$$

верно

$$\text{Отв. } \frac{BK}{KE} = \frac{1}{2}$$

Решение: Пусть заданное число — $\overline{ab}$, разность чисел цифр в числе — x , где x — чётное.

$$\overline{ab} = a \cdot 10^{\frac{x}{2}} + b$$

Получится уравнение

$$(a+b)^2 \equiv \overline{ab}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = a \cdot 10^{\frac{x}{2}} + b$$

$$-a \cdot 10^{\frac{x}{2}} = b - (a+b)^2 \quad | \cdot (-1)$$

$$a \cdot 10^{\frac{x}{2}} = (a+b)^2 - b$$

$$10^{\frac{x}{2}} = \frac{(a+b)^2 - b}{a}.$$

существует бесконечно много решений данного ~~уравнения~~ ^{уравнения}. Например, удобно вместо b подставлять 25, $b=25$ квадрат числа $(a+b)$ будет оканчиваться на 25 (не всегда), потому когда из него вычитается 25, получится число, делящееся на 10. ~~Число~~ ^{число}, ещё удобно вместо a брать число, делящееся на 10. Тогда когда ~~получившееся~~ ^{получившееся} число делить на ~~10~~ ¹⁰, ~~получат~~ ^{получат} ~~число~~ ^{число} вида 10^n .

Что и требовалось доказать.

продвижений нет

7