



3101115493349

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П Л А Т О Н О В

Имя Г Л Е Б

Отчество А Л Е К С А Н Д Р О В И Ч

Дата рождения 1 6 0 8 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И 5 2 1

Телефон 8 9 8 7 6 6 3 7 3 7 3

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101115493349

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с 12 45 до 12 50

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	20	-	0	-					
Балл члена жюри №2	18	20	-	0	-					

Итоговый балл 38

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

✓4

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$2^{xy-x-y} z = x+y+z$$

$$z(2^{xy-x-y} - 1) = x+y$$

Рассмотрим
1 $x < 1$ $y = 1$

$$z(2^{\underset{0}{-1}} - \underset{0}{1}) = \underset{0}{x+y} \Rightarrow \text{невозможно}$$

при данном значении y левая часть выражения
все равно будет < 0 , $\Rightarrow$ нет нет ✓

2 $x > 2, y = 6$

$$(2^4 - 1)z = 8$$

$\begin{cases} 15z = 8 \\ z \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow$ противоречие. При $y > 6, x = 2$ выражение $2^{xy-x-y} - 1$ будет меньше, чем $x+y \Rightarrow 2 \leq x < 6$ ✓

3 Заметим, что $(2^{xy-x-y} - 1)z = x+y$ симметрично относительно x и $y \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2 \leq x \leq 6$ и $2 \leq y \leq 6$ откуда?

Рассмотрим все пары с учетом симметрии

- $\begin{pmatrix} x & y \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

1) пара (2,2) невозможна

$$(2^0 - 1)z = 4 \Leftrightarrow 0z = 4 \quad z \in \emptyset$$

- $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

2) Заметим, что $(2^{xy-x-y} - 1)$ - нечетное, при x и y четны выражение $(x+y)$ - четно $\Rightarrow$
 $\Rightarrow z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y} - 1}$ - не будет принадлежать $\mathbb{N}$ (целое не делится на нечетное)
при x и y четны выражение не имеет смысла нечетное

- $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$

3) Проверим пары (2,3), (2,5), (3,4) при $z = 5$

1) (2,3) $\Rightarrow z = 5$ (значит две пары, т.к. симметрия)

2) (2,5) $\Rightarrow z = 1$ (—, —)

3) (3,4) $\Rightarrow z \in \emptyset$

1) Рассмотрим пары

Ответ есть

н

Ответ пар 8 (3x2 они симметричны)

—

н2

Возьмем первые 5 туров

- $(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8)$
 $(1, 3), (2, 5), (3, 6), (4, 8)$
 $(1, 4), (2, 6), (3, 7), (8, 5)$
 $(1, 5), (2, 7), (3, 8), (4, 6)$
 $(1, 6), (2, 8), (3, 5), (4, 7)$

1) Возьмем числа $(1, 2, 3)$ среди них 3 пары ~~симметричные~~ (образуется чужа из 3 пар)

2) Числа $(4, 5, 6, 7, 8)$ — же

Всего пар ~~было~~ возможно $C_8^2 = \frac{8!}{2!} = 28$
 было уже 20 пар $\Rightarrow 28 - 20 = 8$ пар осталось

3) Среди них можно составить пар $C_5^2 = 10$
 Но уже были пары $(4, 2), (4, 8), (5, 4), (5, 6), (7, 8)$

Значит $10 - 5 = 5$.

Есть 5 пар (образуется чужа из 5 пар)
 (чужа 5) $(4, 5, 6, 7, 8)$ нет пар симметричности $\Rightarrow$

пример неверный

3) Среди пар $(1, 2, 3)$ и $(4, 5, 6, 7, 8)$

$\Rightarrow$ 6 тур невозможен

Ответ да

21

(a, b, c)

$$a \equiv \text{mod}_{10}(a+b+c)$$

$$b \equiv \text{mod}_{10}(ab+bc+ac)$$

$$c \equiv \text{mod}_{10}(abc)$$

$$1) a \equiv \text{mod}_{10}(a+b+c)$$

$$b \equiv \text{mod}_{10}(a+b), a \neq 0, b \neq 0, \Rightarrow a+b=10k, \text{ где } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

$$a+b - \text{число} \Rightarrow a+b=10$$

$$2) b \equiv \text{mod}_{10}(ab+bc+ac) \equiv \text{mod}_{10}(ab+c(a+b)) \equiv \text{mod}_{10}(ab+10c) \equiv \text{mod}_{10}(ab) \equiv$$

$$\equiv \text{mod}_{10}(a(10-a)) \equiv \text{mod}_{10}(-a^2)$$

$$10-a \equiv \text{mod}_{10}(-a^2)$$

$$a^2 - a \equiv \text{mod}_{10}(0) - a(a-1) \equiv \text{mod}_{10}(0)$$

a	$a(a-1)$
1	0 - делится на 10
2	2
3	6
4	12
5	20 - делится на 10
6	30 - " -
7	42
8	56
9	72

Пусть $(a, b) = (1, 9) \rightarrow (5, 5) (6, 4)$

$$a \equiv \text{mod}_{10}(abc)$$

$$abc - a \equiv \text{mod}_{10}(0)$$

$$a(bc-1) \equiv \text{mod}_{10}(0)$$

Пусть $(a, b) = (1, 9) \Rightarrow 9c-1 \Rightarrow c=9 \checkmark$

Пусть $(5, 5) \Rightarrow 5(5c-1) \equiv \text{mod}_{10}(0)$

$5c-1$ - делится на 2

$5c-1 \rightarrow$

$c = 1, 3, 5, 7, 9 \checkmark$

$(a, b) = (6, 4)$

$4(4c-1) \equiv \text{mod}_{10}(0)$ А дальше?

