



3101696441876

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Л Е Р М О Н Т О В А

Имя М А Р Г А Р И Т А

Отчество В А Д И М О В Н А

Дата рождения 0 8 0 3 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И 5 0 3

Телефон 8 9 8 1 8 2 6 5 9 2 9

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101696441876

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача №1

Н у 0 трехзначное число равно $\overline{abc}$ (т.е. a - сотни, b - десятки, c - единицы)
 Введем функцию $\star$ которая показывает последнюю цифру числа
 Выпишем наши свойства:

$$\begin{aligned} 1) c &= \overline{(a+b+c)}^\star \\ 2) b &= \overline{(ab+bc+ca)}^\star \\ 3) a &= \overline{(abc)}^\star \end{aligned}$$

Так $a \neq 0$, то b и c тоже $\neq 0$.
 Сразу заметим что в таком случае $ab+bc+ca = ab+10c \Rightarrow c$ не вылезает на
 Все варианты с $a+b=10$ I $a=1$ $b=9$ тогда по 2 св $9 = \overline{(9+10c)}^\star$, это не подходит
 II $a=2$ $b=8$ тогда по 2 св $8 = \overline{(8+10c)}^\star$, это не подходит
 III $a=3$ $b=7$ тогда по 2 св $7 = \overline{(7+10c)}^\star$, это не подходит
 IV $a=4$ $b=6$ тогда по 2 св $6 = \overline{(6+10c)}^\star$, это не подходит
 V $a=5$ $b=5$ тогда по 2 св $5 = \overline{(5+10c)}^\star$, это не подходит
 VI $a=6$ $b=4$ тогда по 2 св $4 = \overline{(4+10c)}^\star$, это не подходит
 VII $a=7$ $b=3$ тогда по 2 св $3 = \overline{(3+10c)}^\star$, это не подходит
 VIII $a=8$ $b=2$ тогда по 2 св $2 = \overline{(2+10c)}^\star$, это не подходит
 IX $a=9$ $b=1$ тогда по 2 св $1 = \overline{(1+10c)}^\star$, это не подходит

Для $a=1$, $b=9$ $c=9$ (так только при $9 \cdot 10 = 90$)
 Для $a=5$, $b=5$ $c=5$ (так только при $5 \cdot 10 = 50$)
 Для $a=6$, $b=4$ $c=4$ и 9 (так только при $6 \cdot 10 = 60$)
 Ответ 199, 644, 649, 551, 553, 555, 557, 559 +

Задача № 2

У нас есть 8 шахматистов, и каждые два ~~из~~ играют друг с другом не более одного раза. Давайте пронумеруем их от 1 до 8 в случайном порядке. Пусть 1 сыграл с 2, 3, 4, 5 и 6 ~~и~~ за 5 туров. Тогда остается у него для 6 тура 7 и 8. Можем ли мы сделать так, что бы у нас ~~были~~ 5 и 6 за 5 туров, то получается, это если 7 и 8 тоже сыграли с 2, 3, 4, другим, то кто-нибудь обязательно выиграет второй раз с одним человеком, а к для каждого получается, это крайне друг друга у них ~~остался~~ только 1. Те получается такой треугольник, по вершинам которого 1, 7 и 8 и который нельзя разорвать. Но может ли вообще произойти такая ситуация?

Пример I тур 1-2, 3-4, 4-8, 5-6
II тур 1-3, 2-4, 3-8, 4-5, 5-6, 6-7, 7-8

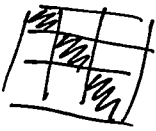
Пример I тип 1-2, 3-7, 4-8, 5-6
II тип 1-3, 2-7, 4-6, 5-8
III тип 1-4, 2-8, 3-5, 6-7
IV тип 1-5, 2-3, 4-7, 6-8
V тип 1-6, 3-8, 4-2, 5-7

f сыграет с 2, 3, 4, 5, 6,
 g сыграет с 2, 3, 4, 5, 6,
 h сыграет с 2, 3, 4, 5, 6
 $\Rightarrow$ Ответ g и f

Задача №5

Никакие четыре квадрата не могут лежать на одной диагонали,
 Т.к. иначе их центры на одной прямой

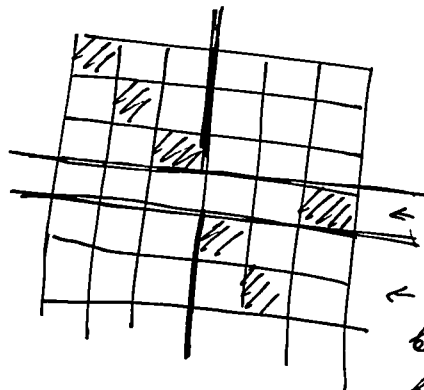
Давайте нам квадрат $n \times n$ разделим на полосы шириной 1×1 , затем снова полоса 3×1 и т.д. Если каждую полосу 3×1 поделим на квадраты 3×3 и т.д. в первой полосе закрасим первый ~~столбец~~ слева, во второй второй слева и т.д. Таким образом



У нас в таком случае останется закрасить количество клеток, равное кол-ву полосок. Т.к. мы, грубо говоря, сдвигаем общую диагональ (большую, главную) на 1 сдвиги 3 клетки, то у нас остается ширину незакрашенной вообще ~~полосы~~ ^{прямой}, равной кол-ву полосок. Тогда в первой полосе закрасиваем первый столбец, во второй второй и т.д. У нас получится, что в каждой строке и столбце ровно по одной клетке, и в диагонали не более 3.

Пример для визуализации

6×6



← полоска

← видно что нет полоски 3×1 , вместо этого 2×1 но мы в выражении записываем

Не доказано, что не найдется 4 квадрата с центрами на одной прямой

Не только по диагонали - может проходить прямая

до 3×1 и продолжали делать, алгоритм это не включает

Задача №4

$$2^{xy} Z = 2^{x+y} (x+y+Z), \quad x, y, Z \in \mathbb{N}$$

$$\forall k \quad \frac{Z}{x+y+Z} < 1, \text{ so } \frac{Z}{x+y+Z} = 2^{x+y-xy}$$

только тогда когда $x+y-xy < 0 \Rightarrow xy - x - y > 0$

$$2^{xy-x-y} = \frac{x+y}{Z} + 1 \Rightarrow (x+y) Z \Rightarrow x+y = Z + t, \text{ где } t \in \mathbb{N}$$

$$2^{xy-x-y} = t + 1 \Rightarrow t \equiv -1 \pmod{2^{xy-x-y}} \Rightarrow t = 2^{xy-x-y} (k) - 1, \text{ где } k \in \mathbb{N}$$

$$x+y = (2^{xy-x-y} k - 1) Z$$

$$2^{xy} Z = 2^{x+y} (2^{xy-x-y} k - 1) Z + 2^{x+y} Z$$

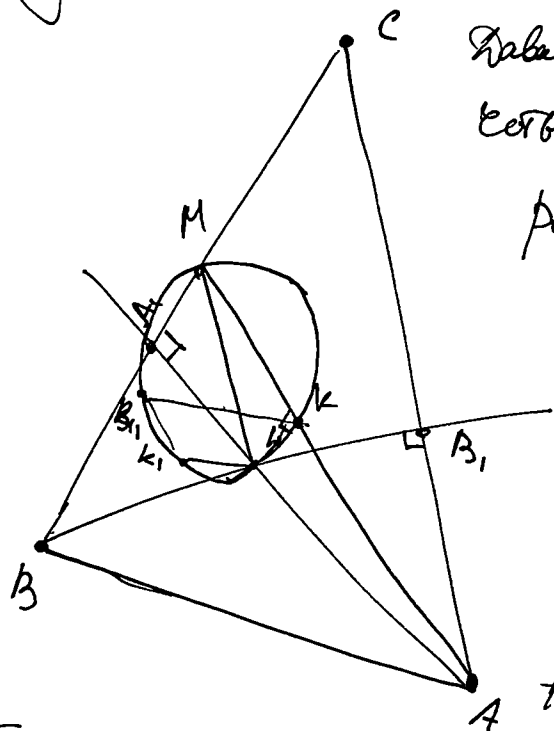
$$2^{xy} = 2^{x+y} k - 2^{x+y} + 2^{x+y} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x+y = (2^{xy-x-y} - 1) Z$$

~~$$2^{xy} / (x+y) = 2^{xy-x-y} / (2^{xy-x-y} - 1)$$~~

~~$$2^{xy} / (x+y) = 2^{xy-x-y} / (2^{xy-x-y} - 1)$$~~

с.м

Задача №3



Нужно заметить, что A_1MKH - вписанный четырехугольник $\Rightarrow \sum$ противоположных углов равна 180° .

$$\angle MA_1A = 90^\circ \Rightarrow \angle MKH = 90^\circ$$

$$\triangle A_1MA \sim \triangle HKA$$

$$MA_1^2 + A_1H^2 = MK^2 + HK^2$$

M - середина $BC \Rightarrow BM = MC$

~~$$\angle BKH = \angle HKA$$~~

~~$$\angle AKB = \angle BKH$$~~

~~$$\angle HKB = \angle BKH = 90^\circ$$~~

Если $BK \perp CH$

и биссектриса $\angle CKB_1$, то $\angle BKH \neq \angle HKB_1$
 продолжим B_1K до пересечения с окружностью (B_{II}) , а пересечение BK с окружностью назовем K_1

$$\angle B_{II}K_1H + \angle B_{II}KH = \angle K_1B_{II}K + \angle KHK_1 = 180^\circ$$

с.м