



3101696957876

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ДОЛГОШЕЙ

Имя РОМАН

Отчество СТАНИСЛАВОВИЧ

Дата рождения 15 03 2007

Город участия КРАСНОЯРСК

Аудитория 1-17

Телефон +7 913 585 1159

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия К Р А С Н О Я Р С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	20	20	—					
Балл члена жюри №2	0	0	20	20	—					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

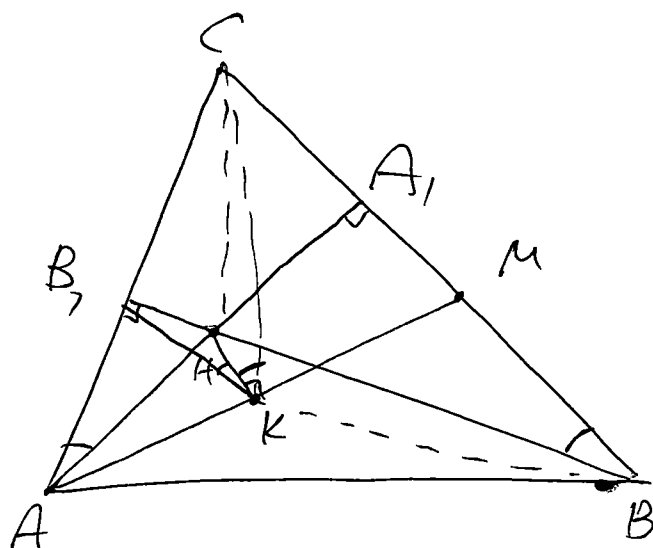
Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N3

Решение. 1) $K \in (A, MH)$



$\Rightarrow \angle HKM = 90^\circ$ т.к.
 KM — диаметр т.к.
 $\angle H A_1 M = 90^\circ$

2) Значит K — проекция
 ортоцентра $\triangle ABC$ на
 медиану $AM \Rightarrow K$ — точка
 $\triangle ABC$ — точка A .

$\Rightarrow C, H, K, B$ лежат на
 1 окружности $\checkmark$

$\Rightarrow \angle HKS = \angle CBV_1$, а также $\angle CBV_1 = \angle CAD_1$ из
 вписанности $AB_1 A_1 B \Rightarrow$ и $\angle CAD_1 = \angle HKB_1$ из
 вписанности $AB, HK \Rightarrow KH$ — бисс-са $\angle B_1 KC$
 + ч.т.д.

N4

$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$ Обозначим $v_2(n)$ — степень вхождения простого
 $v_2(2^{xy} z) = v_2(2^{x+y} (x+y+z))$ 1) Пусть $x, y \geq 3$ и $x+y \geq 2$
 $\Rightarrow v_2(2^{xy} z) = xy + v_2(z) = v_2(2^{x+y} (x+y+z)) = x+y + v_2(x+y+z)$
 1) $z \geq 2 \Rightarrow v_2(x+y+z) = 0 \Rightarrow xy + v_2(z) = x+y$, но $xy > x+y$
 При $x, y \geq 3 \Rightarrow$ противоречие
 2) $z < 2 \Rightarrow v_2(z) = 0$

N4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y) + 2^{x+y} z$$

$$z(2^{xy} - 2^{x+y}) = 2^{x+y} (x+y)$$

Заметим, что $xy > x+y \Leftrightarrow (x-1)(y-1) > 1 \Rightarrow \begin{matrix} x \geq 3, y \geq 2 \\ y \geq 3, x \geq 2 \end{matrix}$

При таких $(x, y) \vee_2 (2^{xy} - 2^{x+y}) = \vee_2 \min\{v_2 2^{xy}, v_2 2^{x+y}\}$

$$= \min\{xy, x+y\} = x+y = v_2 2^{x+y}$$

Значит и $v_2(z) = v_2(x+y) = \alpha$. Поделим обе части

на 2^α ($x = 2^\alpha x', y = 2^\alpha y'$) ($z = 2^\alpha z', x+y = 2^\alpha(x'+y')$)

$$z'(2^{x'y'} - 2^{x'+y'}) = 2^{x'+y'}(x'+y') \text{ здесь } z' \sim 2, x'+y' \sim 2$$

$$\Rightarrow \frac{x'+y'}{z'} = \frac{2^{x'y'} - 2^{x'+y'}}{2^{x'+y'}}$$

N2 Пусть нахлестать вершина, проводим ребро, если
сигнал вместе $\Rightarrow$ рассмотрим аналог В Кел.

$\deg v = 7$ $\forall v$ Каждый ход $\forall v \deg v \rightarrow \deg v - 1$

$\Rightarrow$ после 5 туров $\forall v \deg v = 2 \Rightarrow$ по лемме о хордовых
он разбивается на непересекающиеся циклы ($8 = 2+2+2+2 = 4+4$
 $= 6+2$) 1) $C_8 \Rightarrow$ очевидно паросочетание найдется

2) $C_n, C_n \rightarrow$ тоже  

В) Знают паросочетание всегда найдется $\Rightarrow$ можно
пробить 6-ой пур (поставить пары — пара вершин)

Ответ Нет не всегда —

№1
НУО что имеет вид $\overline{abc}$

$$1) c \equiv_{10} a+b+c \Rightarrow a+b \equiv_{10} 0$$

$$2) b \equiv_{10} ab+bc+ca = c(a+b) + ab \equiv_{10} ab \\ \Rightarrow b(a-1) \equiv_{10} 0$$

$$3) a \equiv_{10} abc \Rightarrow a(bc-1) \equiv_{10} 0$$

Рассмотрим (2) Возможны след-ие случаи:

$$\begin{cases} b=0 \\ a-\text{любое} \end{cases}, \begin{cases} b=5 \\ a=3 \end{cases}, \begin{cases} b=2 \\ a=6 \end{cases}, \begin{cases} b-\text{любое} \\ a=1 \end{cases} \quad \text{Видно, что } (a,b) \in (3,5) \\ (9,6) \in (6,4)$$

не удовл (1) условию Рассмотрим случай $b=0$

$$\Rightarrow a+b = a \equiv_{10} 0 \Rightarrow \text{противоречие, так } a \neq 0$$

$$\text{Пусть теперь } \underline{a=1} \Rightarrow b=3 \Rightarrow 3c \equiv_{10} 1 \\ \Rightarrow c \equiv_{10} \frac{1}{3} \equiv_{10} -1 \equiv_{10} 9 \Rightarrow c=9 \quad \text{даннейшего перебора нет}$$

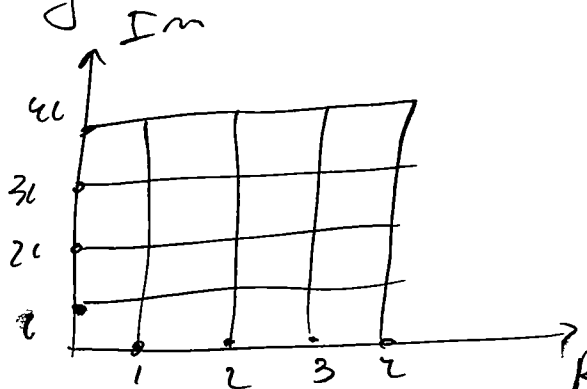
Итого что $\rightarrow 199$

Ответ 199 —

№5

Введем систему координат.

~~Отметим следующие стороны 2-х параллельных~~
~~единичных квадратов~~



Тогда каждому

целому ~~имеет координаты~~

$$z_i = \begin{pmatrix} a_i + b_i i \\ a_i \neq a_j, b_i \neq b_j \end{pmatrix}$$

4 на 1 прямая $\Leftrightarrow$

$$Re \Leftrightarrow [z_1, z_2, z_3, z_4] \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ достаточно дать $z_0 \notin \mathbb{R}$ (в процессе
например) и не будет таких z_1, z_2, z_3, z_4 ,
что их двойное отн. - е действительное
начему это возможно?.

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

~~Рассмотрим сначала случай $z=2$ и $x+y+z \Rightarrow xy \Rightarrow x+y+z$~~

$$J_2(LHS) = J_2(RHS) \Rightarrow xy + J_2(z) = x+y + J_2(x+y+z)$$

$$2^{xy} z - 2^{x+y} z = 2^{x+y} (x+y)$$

$$z(2^{xy} - 2^{x+y}) = 2^{x+y} (x+y)$$

$$z(2^{xy-x-y} - 1) = x+y \Rightarrow z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y}-1} \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow x+y \geq 2^{xy-x-y} - 1 > xy - x - y - 1 \quad \text{не доказано}$$

$$xy - 2(x+y) < 1 \quad 1) x=1 \Rightarrow y \in \mathbb{N} - \text{любой}$$

$$xy - 2(x+y) < 1$$

$$(x-2)(y-2) \leq 5$$

$$(x-2)(y-2) \leq 4$$

$$2^y z = 2^{y+1} (y+z+1)$$

$$z = 2(y+z+1), \quad \forall$$

любой $14 < n4$

$$2) x=2 \Rightarrow y - \text{любой}$$

$$2^{2y} z = 2^{y+2} (y+z+2) \Rightarrow 2^y z = 2^2 (y+z+2)$$

~~если $y \geq 2$, то $n4 \geq n4$~~

$$z = \frac{y+2}{2^{2y-2-y}-1} \geq 1 \Rightarrow y+2 \geq 2^{y-2} - 1 \quad \text{Нерядко конов, что}$$

при $y \geq 6$ это нарушается $\Rightarrow y \in [1, 6]$

$$I) y=1, x=2 \quad 4z = 8(z+3) \Rightarrow 1?$$

$$II) y=2, x=2 \quad 16z = 16(z+4) \Rightarrow 1?$$

$$III) y=3, x=2 \quad 2^6 z = 2^5 (z+5) \Rightarrow 2z = z+5 \Rightarrow \boxed{z=5}$$

$$4) y=4, x=2 \Rightarrow 2^8 z = 2^6 (z+6) \Rightarrow 4z = z+6 \Rightarrow 3z=6 \Rightarrow \boxed{z=2}$$

$$5) y=5, x=2 \Rightarrow 2^{10} z = 2^7 (z+7) \Rightarrow 8z = z+7 \Rightarrow \boxed{z=1}$$

$$6) y=6, x=2 \Rightarrow 2^{12} z = 2^8 (z+8) \Rightarrow 16z = z+8 \Rightarrow 15z=8 \Rightarrow 1?$$

№4 - продолжение

Пусть $x = 3 \Rightarrow y - 2 \leq 4 \Rightarrow y \leq 6 \Rightarrow y \in [1, 6]$

Тогда $\frac{y+3}{2^{3y-3}-1} \geq 1 \Rightarrow y+3 \geq 2^{2y-3}-1 \Rightarrow y+4 \geq 2^{2y-3}$

Видно, что при $y \geq 3$ неравенство неверно $\Rightarrow y \in [1, 2]$

1) $x=3, y=1$ ~~$8z = 16(x+y+z) \Rightarrow 1?$~~ $8z = 16(x+y+z) \Rightarrow \emptyset$

2) $x=3, y=2$ $2^6 z = 2^5(5+z), 2z = 5+z \Rightarrow \boxed{z=5}$

3) ~~$x=3, y=3, 2^9 z = 2^6(6+z), 8z = 6+z \Rightarrow 1?$~~

Теперь $x=4 \Rightarrow y+5 \geq 2^{3y-4} \Rightarrow y \leq 2$

1) $x=4, y=1 \Rightarrow 2^4 z = 2^5(x+y+z) \Rightarrow 1?$

2) $x=4, y=2 \Rightarrow 2^8 z = 2^6(6+z) \Rightarrow 4z = 6+z \Rightarrow \boxed{z=2}$

Теперь $x=5 \Rightarrow y-2 \leq \frac{4}{3} \Rightarrow y-2 \leq 1 \Rightarrow y \leq 3$

~~$y+6 \geq 2^{4y-5} \Rightarrow y \leq 2$~~

1) $y=1, x=5$ $2^5 z = 2^6(x+y+z) \Rightarrow 1?$

2) $y=2, x=5$ $2^{10} z = 2^7(7+z)$

$8z = 7+z \Rightarrow \boxed{z=1}$

~~поэтому
справа
предстоит
решать~~

Если же $x \geq 6$, то $y \leq 2$ и получаем
симметричные решения для $\textcircled{1}$ случаев

Ответ: $(2, 3, 5), (3, 2, 5), (2, 5, 1), (5, 2, 1)$

$(4, 2, 2), (2, 4, 2) \textcircled{+}$