



3101316084142

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия Ш И Ш К И Н

Имя И В А Н

Отчество А Н Т О Н О В И Ч

Дата рождения 3 1 0 1 2 0 1 1

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 3 3 9

Телефон + 7 9 2 9 2 1 8 3 7 4 6

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101316084142

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	7	—	—					
Балл члена жюри №2	20	20	7	—	—					

Итоговый балл 47

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

Пусть кол-во товаров x , a - новое число на вывеске.
Заметим, что $a \in \{66, 69, 96, 99\}$ (все варианты двузначного числа "6" и "9")
Также, тогда $99x$ - стоимость ассорти мясных;
 ax - стоимость ассорти сейчас
 $99x - ax = 2025$ Найдем решение для всех a

1) $a = 66$

$$99x - 66x = 2025$$

$$33x = 2025 \mid : 33$$

$$x = 61\frac{4}{11} \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{не подходит, т.к.}$$

в магазине натуральное число товаров

2) $a = 69$

$$99x - 69x = 2025$$

$$30x = 2025$$

$$x = 67,5 \notin \mathbb{N} \Rightarrow \text{не подходит}$$

3) $a = 96$

$$99x - 96x = 2025$$

$$3x = 2025$$

$$x = 675$$

4) $a = 99$

$$99x - 99x = 2025$$

$$0 = 2025$$

нет корней

Единственный подходящий корень

$$x = 675$$

Ответ: 675 товаров

Задача 2

~~Построим граф сыгранных партий, где вершины - шахматисты, а ребра - сыгранные партии. Изначально в графе нет ребер, каждый тур добавляется~~

Может, пример

	1	2	3	4	5	6
1				1	2	3
2				3	1	1
3				2	3	1
4	1	2	3			
5	3	1	2			
6	2	3	1			

Цифра на пересечении строки и столбца означает номер тура, когда человек с номером строки сыграет с человеком с номером столбца (пронумерованных для удобства)

Заметим, что в таком случае,

✶

Заметим, что тогда каждый человек из группы 1, 2, 3 сыграет с каждым из группы 4, 5, 6

Значит любая партия четвертого тура будет проведена между членами одной группы. Но в каждой группе нечетное количество участников, значит кто-то останется без пары, значит будет нельзя провести четвертый тур.

Ответ: да +

Задача 3

Решение

Докажем, что решением сравнения $a \equiv b+x$, где a и b даны, являются ровно один класс вычетов по модулю 4 (далее это утверждение — лемма)

$$a \equiv b+x \pmod{4}$$

$x \equiv a-b$, т.к. $a-b$ принадлежит ровно одному классу вычетов по модулю 4, доказано

Заметим, что представителем каждого класса вычетов по модулю 4 среди чисел от 1 до 100 ровно 25. Значит для чисел от 1 до 100 решений сравнения $a \equiv b+x$ ровно 25, по лемме

вычислим количество длинных с числами — во вариантов длинных с числами от 1 до 100 и данной суммой по модулю 4. Пусть верхним числом в длинной будет b , 100 вариантов его выбрать, тогда пусть нижним числом будет x , тогда верно, что $a \equiv b+x$, по доказанному ранее утверждению всего 25 вар. выбрать x и 25 вариантов длинной $25 \cdot 25 = 100 \cdot 25 = 2500$

линия отреза

Бланк ответов

По условию, если мы знаем сумму по модулю 4 в одной дощечке, то в другой дощечке внутри квадрата 2×2 , можем определить однозначно (пусть в 1-й сумма b , тогда $0 \equiv b+x$)

~~Далее~~ Далее все дощечки прямоугольнички будут сводиться попарно координат (x_1, y_1, x_2, y_2) , где 1-я координаты левого верхнего угла, 2-я правого нижнего

Вычисляем кол-во дощечек вариантов n дощечки $(1,1,2,2)$, $2500 \cdot 4$ (на каждый класс вычетов $\text{mod } 4$) = 10000

Далее будем рассматривать квадраты 2×2 $(1,1,2,2)$, $(2,1,3,2)$ $(n-1,1,n,2)$ по очереди, к моменту когда мы дойдем до квадрата, мы будем знать сумму $\text{mod } 4$ в его левой дощечке, будем однозначно определять сумму $\text{mod } 4$ в ~~следующей~~ правой, являющейся левой след. квадрата. После рассмотрения всех квадратов мы будем однозначно знать сумму $\text{mod } 4$ в каждой дощечке в верхнем ряду.

~~Далее~~ Далее делаем те же операции с дощечкой $(1,1,2,1)$ и квадратами левого, и верхнего

Для каждой возможной расстановки верхнего ряда, делаем такую же операцию для левого ряда (для квадратов $(1,2,2,3)$, $(2,3,2,4)$ $(1,n-1,2,n)$) Теперь для каждой расстановки ~~левого~~ левого и верхнего ряда рассмотрим квадраты $(2,2,3,3)$, $(3,2,4,3)$ $(n-1,2,n,3)$ $(2,3,3,4)$ $(n-1,n-1,n,n)$

	1	2	3	4	5	6	$n-1$	n
1								
2								
3								
4								
5								
6								
$n-1$								
n								

Рассматривать будем по очереди
Заметим, что к моменту рассмотрения

В момент рассмотрения очередного
квадрата мы будем знать число mod 4
в трех угловых клетках, откуда по лемме
следует, что мы можем однозначно
определить число mod 4 (оставшееся).
Давайте вычислим кол-во расстановок
во всем квадрате
В верхнем ряду $10000 \cdot 2500(n-1)$ ^{в остальных доминошках, т.к. мы знаем число mod 4}
 $\uparrow$ $10000 \cdot 100 \cdot 25^{n-1}$?

в 7-й доминошке
В левом ряду $2500(n-2)$, ^{кол-во доминошек} т.к. в левом ряду
нет вернейшего ряда
т.к. мы определим однозначно
число mod 4

Остальные клетки $25(n-2)^2$ ^{кол-во таких клеток}
^{вариантов чисел, т.к. мы однозначно определим число mod 4}

Ответ $10000 \cdot 2500(n-1) \cdot 2500(n-2) \cdot 25(n-2)^2 =$
 $= 10^8 \cdot 5^6 (n-1)(n-2)^3$ для $n > 2$, для $n=1$
просто 100, т.к. в ней нет квадратов
 1×2 и можно вставить любое число
для $n=2$ нет левого ряда и остальных
клеток, поэтому просто выберем верхний
ряд $10000 \cdot 2500(n-1) = 25000000$

Идея заполнения верная
Подсчет вариантов неверный

— линия отреза —

Бланк ответов

