



3101397434330

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия О Ж А Р К О

Имя Н И К И Т А

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В И Ч

Дата рождения 0 1 0 8 2 0 0 7

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 1 1 5

Телефон 8 9 5 2 6 5 4 5 4 5 0

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101397434330

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия П Е Р М Ь

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

Время выхода с _____ до _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	0	0	4	5	—				
Балл члена жюри №2	18	0	0	5	—					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задача 1

Пусть c - последняя цифра трехзначного числа a - первая цифра
тогда последняя цифра числа $(a+b+c)$ должна быть равна c ,

значит, $a+b \equiv 10 \Rightarrow$ существуют пары $a \ 9 \ b \ 1 \ a=8 \ b=2, a=7 \ b=3, a=6 \ b=4 \ a=5 \ b=5$
 $a=4 \ b=6, a=3 \ b=7 \ a=2 \ b=8 \ a=1 \ b=9$

последняя цифра числа $(ab+bc+ca)$ должна быть равна b

$ab+bc+ca = ab + c(a+b)$ так $a+b \equiv 10$, то слагаемое $c(a+b)$ не влияет
на последнюю цифру

значит, последняя цифра числа ab должна быть равна b

Подходят следующие пары $a=1 \ b=9; a=6 \ b=4; a=5 \ b=5$ +

Последняя цифра числа (abc) равна числу a

Если $a=1 \ b=9$, то чтобы посл. цифра числа $(9 \ 1 \ c)$ равнялась 1 , то $c=9$

Получается тройка $a=1 \ b=9 \ c=9$ тогда $\overline{abc}$ это 199 +

Если $a=6 \ b=4$, то чтобы посл. цифра числа $(4 \ 6 \ c)$ равнялась 6 c должно
быть равно 4 или 9

Получаются следующие тройки $a=6 \ b=4 \ c=4 \rightarrow \overline{abc} = 644$ +
 $a=6 \ b=4 \ c=9 \rightarrow \overline{abc} = 649$ +

Если $a=5 \ b=5$, то чтобы посл. цифра числа $(5 \ 5 \ c)$ равнялась 5 c должно
быть равно 1 или 5

Получаются след. тройки $a=5 \ b=5 \ c=1 \rightarrow \overline{abc} = 551$ +
 $a=5 \ b=5 \ c=5 \rightarrow \overline{abc} = 555$ +

Ответ подходят следующие трехзначные числа

$199, 644, 649, 551, 555$

Почему нет еще вариантов?

Задача 2

Пусть шахматисты - вершины партий - ребра (приведем те партии, которые еще не состоялись)

До начала турнира каждому шахматисту нужно сыграть по 7 партий, значит, всего ребер $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ ребер в графе

Т.к. в туре участвуют 4 пары, следовательно после окончания каждого тура сыграно 4 партии (4 ребра в графе)

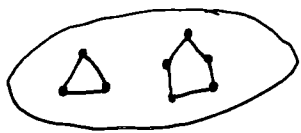
Т.к. эти партии уже сыграны то мы убираем соответствующие ребра из графа

Значит, за каждый тур мы убавляем 4 ребра

За каждый тур ^{каждой} степень вершины уменьшается на 1
(т.к. в туре каждый шахматист играет по одному разу)

После 5 туров в графе осталось 8 ребер ($28 - 5 \cdot 4$) и
степень каждой вершины равна 2 ($\underset{\substack{\uparrow \\ \text{изначально}}}{7} - \underline{5}$)

Можно провозйти следующее



Вершин по-прежнему 8
степень каждой вершины = 2
Всего 8 ребер в графе

Нет гарантий

существования графа

Однако при таком раскладе 6-ой ^{тур} ~~турнир~~ не удастся, т.к. в тройке ($\triangle$) и в пятерке ($\star$) найдется по 1 человеку, который не сможет участвовать в ^{туре} ~~турнире~~ (Друг с другом они также не смогут сыграть, т.к. ребра м/д ними нет, значит, они играют друг с другом ранее)



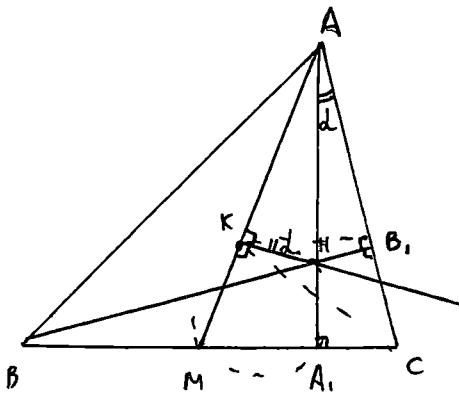
эти 2 человека не смогут сыграть в 6-ом туре

Ответ да, такое может случиться

Бланк ответов

Задача ~ 3

Дано $\triangle ABC$, AA_1, BB_1 высоты $\triangle ABC$, $AA_1 \cap BB_1 = M$
 M середина BC
 описана окружность $\triangle AMH$ $\cap AM$ в T K
 Д-ть KM - бис-са $\angle CKB$.



Док-во

1) T - точка окружности, описанная около $\triangle AMH$ $\cap AM$ в T K , то T K лежит этой окружности

$\triangle AMH$ - прямоугольный $\triangle$ ($\angle AA_1M = \angle HA_1M = 90^\circ$)

$\angle KAM = 90^\circ$, то MH - диаметр данной окр-ти

$\angle MKH$ опирается на MH - диаметр, значит, $\angle MKH = 90^\circ \Rightarrow AM \perp KM$

2) Рассмотрим $\angle AKH$.

$$\angle AB_1M = \angle AKM = 90^\circ$$

$\angle AKM$ и $\angle AB_1M$ опираются на AM } - значит, около $\angle AKH$ можно описать окр-ть

тогда $\angle HAB_1 = \angle HKB$. (т.к. они оба опираются на HV .)

$$\text{Пусть } \angle HKB = \alpha$$

3) Рассмотрим $\angle BKC$ - не доказано

$$\angle KHB = \angle KCB \text{ (почему?)}$$

однако $\angle KHB$ и $\angle KCB$ опираются на BK

значит, около $\angle BKC$ можно описать окр-ть, тогда

$$\angle KHC = \angle HBC \text{ (т.к. они оба опираются на } HC)$$

4) Рассмотрим $\triangle AB_1M$ и $\triangle BA_1M$

$$\angle B_1AM = \angle A_1BM = 90^\circ \text{ (т.к. } AA_1 \text{ и } BB_1 \text{ - высоты)}$$

$$\angle A_1MB_1 = \angle A_1MB_1 \text{ (т.к. они вертикальные)}$$

$$\text{значит, } \angle M_1BA = \angle M_1AB, \text{ значит, } \angle M_1BC = \alpha$$

5) $\angle HBC = \angle HKB$ (пункт 3) значит, $\angle HKB = \alpha$

но и $\angle HKB = \alpha$, значит, в $\triangle KCB$, KH - бис-са (по опр-ю)

2 т 9

Задача 4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$

т.к. x, y, z - натуральные числа (по условию) то

$$x+y+z > z, \text{ значит } 2^{xy} > 2^{x+y} \rightarrow$$

$$2^{xy} > 2^{x+y}, \text{ значит, } x \neq 1 \text{ и } y \neq 1$$

$$\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = \frac{x+y+z}{z} - \frac{x+y}{z} + 1$$

при $x=y=2$ $2^{xy} = 2^{x+y}$, значит $\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = 1$, тогда

$$1 = \frac{4}{z} + 1 \Rightarrow \frac{4}{z} = 0 \text{ такого } z \text{ не существует}$$

при $x=2$ $y=3$ или $y=2$ $x=3$

$$\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = 2^1, \quad \frac{x+y}{z} + 1 = \frac{5}{z} + 1$$

$$z = \frac{5}{2} + 1 \Rightarrow z = 5$$

тройки $x=2, y=3, z=5$ или $x=3, y=2, z=5$

при $x=3, y=3$

$$\frac{2^9}{2^6} = 2^3, \quad \frac{3+3}{z} + 1$$

$$8 = \frac{6}{z} + 1$$

Даже при $z=1$ $8 > 6+1$

при увеличении x или y (или обеих величин)

выражение справа $\left(\frac{2^{xy}}{2^{x+y}}\right)$ возрастает быстрее выражения слева $\left(\frac{x+y}{z} + 1\right)$ доказать

чем меньше z , тем больше знач-е вып-я $\frac{x+y}{z} + 1$

т.к. z - натуральное число, то его минимальное знач-е = 1

Крайний раз, когда при $z=1$ выполнялось рав-во, левая часть была равна правой при $x=2, y=5$ или $x=5, y=2$

При больших знач-ях x/y левая часть $\left(\frac{2^{xy}}{2^{x+y}}\right)$ больше правой, значит, больше троек натуральных чисел не существует

Ответ $x=2, y=3, z=5$; $x=3, y=2, z=5$; $x=2, y=4, z=2$,

$x=4, y=2, z=2$, $x=2, y=5, z=1$; $x=5, y=2, z=1$ - все тройки

при $x=2, y=4$ или $y=2, x=4$

$$\frac{2^8}{2^6} = 4, \quad 4 = \frac{6}{z} + 1$$

$$z = 2$$

тройки $x=2, y=4, z=2$; $x=4, y=2, z=2$

при $x=2$ $y=5$ или $y=2, x=5$

получаем

$$8 - \frac{7}{z} + 1 \Rightarrow z = 1$$

тройки $x=2, y=5, z=1$ и $x=5, y=2, z=1$

Бланк ответов

Blank area for answers.

