



3101265810972

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Т Я Г У Н О В А

Имя Е Л И З А В Е Т А

Отчество М И Х А Й Л О В Н А

Дата рождения 1 8 0 9 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Г У К 4 0 4

Телефон 8 9 0 0 2 1 3 5 6 8 2

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101265810972

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

Время выхода с 17:00 до 17:03

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	05	15	00							
Балл члена жюри №2	05	15	00							

Итоговый балл 020

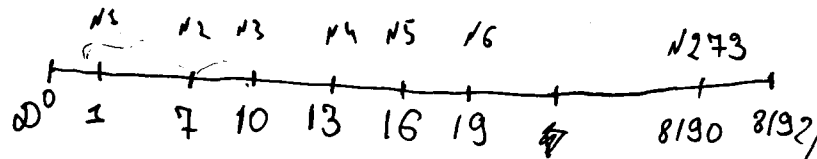
Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

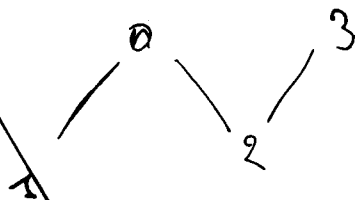


от 1 до 2 - 6 м

от 3 до 4 и т.д. $6 + 3 \cdot (i-1) \text{ м}$

пусть i $6 + \sum_{i=2}^n 6 + 3 \cdot (i-1)$

где i - номер остановки



$$\begin{array}{r} 8190 \overline{) 273} \\ 1638 \\ \hline 1092 \\ 1638 \\ \hline 454 \\ 908 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$n = 273$$

пусть 2

от 2 до 3 - 6 м

от 2 до 3, 4 и т.д. $3 \cdot (i-2) \text{ м}$

пусть $i = 6 + \sum_{i=2}^n 3 \cdot (i-2) \text{ м}$

где i - номер остановки, до которой идти

расстояние от i до 1 - $6 + 3(i-2) \text{ м}$

от

пусть $3 = 6 + 3(i-2) + \sum_{i=2}^n (i-3) \text{ м}$

если j - номер остановки, до которой идти, то

$$\sum_{i=3}^n 6 + 3(i-1) + \sum_{j=2}^n (6 + 3(j-2) + \sum_{i=j}^n 3(i-j))$$

$$\sum_{i=1}^n 6 + 3(i-1)$$

пусть 1 = ~~6 + 3(i-1)~~

пусть 2 = $6 + 3(i-2) + \sum_{i=3}^n 3 \cdot (i-j)$

пусть 3 = $6 + 3(j-2) + \sum_{i=j}^n 3(i-j)$

Задача 1. Заметим, что номер самой последней остановки $n = 2730$, и она располагается на расстоянии 8191 м от дома Мими, потому что $1 + 273 \cdot 3 = 8191$ (т.к. 8191 делится на 3 без остатка, то остановки не могут располагаться на расстоянии 8192 м.) ~~Первая остановка располагается на расстоянии~~

Пусть трасса — это координатная прямая, где дом Мими имеет координату 0. Тогда 1-я остановка располагается на координате 1.



Тогда расстояние от точки с координатой j до i остановки с координатой $1 + 3i$ равно $|j - (1 + 3i)|$ при $i > 1$. Рассматриваем только целые координаты. А расстояние от точки с координатой j до 1 остановки с координатой 1 равно $|j - 1|$. Тогда сумма расстояний от точки с координатой j до всех ~~остановок~~ ^{остановки} ~~остановки~~ («крутость») равна $|j - 1| + \sum_{i=2}^n |j - (1 + 3i)|$

Заметим, что расстояние = кратчайшее расстояние в данной модели, т.к. все точки располагаются на одной прямой.

Тогда суммарная крутость по всем координатам

$$\sum_{j=0}^{8192} \left(|j - 1| + \sum_{i=2}^n |j - (1 + 3i)| \right)$$

Задача 2.

После каждого знакомства похоть уменьшается на то кол-во песен, которое у людей совпало, и увеличивается на то кол-во песен, которое было в плейсте у того пользователя, к которому пришли. Иначе говоря, пусть пользователь А решил познакомиться с плейстом пользователя В. Пусть K песен пользователя В

Бланк ответов

совпали с песнями пользователя А, и песни пользо-
вателя В не совпали с песнями пользователя А.

Тогда похотьность изменится на $(p - k)$. Обозначим похотьность как Π .

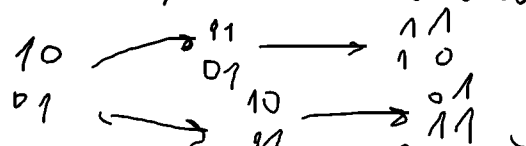
$$\Pi = \Pi + (p - k)$$

очевидно, что похотьность увеличится если $p > k$, и уменьшится если $p < k$. Наибольшего значения похотьность ~~при одном~~ ~~ознакомлении~~ достигнет, ~~при $k=0$~~ ~~если при~~ ~~каждом~~ ~~ознакомлении~~ $k=0$.

С другой стороны, похотьность не может превосходить m , потому что похотных песен у пользователей не может быть больше, чем песен всего.

Таким образом, если изначально ни одна песня ни у одного пользователя не совпадает (это возможно при $m \neq n$), и все песни есть в этих-то плейлистах, то после того, как все познакомятся со всеми, у каждого

будет по m общих и тех же песен, т.е. похотьность каждой пары будет m . $n=m=2$



Представим пользователей как полный ориентированный граф, где пользователи - вершины, похотьность - ребра. Похотьность каждой пары (= длина каждого ребра) = m , а всего ребер $\frac{n(n-1)}{2}$ (или $\frac{m(m-1)}{2}$), поэтому похотьность суммарно всех пар (= сумма длин всех ребер) равна $m \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \frac{mn(n-1)}{2}$

Ответ: максимально возможная похоть суммарно по всем порам $\frac{n(n-1)}{2}$.

Задача 2.

$$N_k = \begin{cases} f(n), & k=1 \\ N_{k-1}, & k \neq 1 \end{cases}$$

При любом k $N_k = f(n)$, т.ч. ✓

$$N_k = N_{k-1} = \dots = N_{k-(k-1)} = \dots = N_{k-(k-1)}$$

т.е. условие задачи можно записать так:

$$(\forall x \in \mathbb{N}) (\exists f(n)) (\forall n > f(n)) (f^*(n) > x).$$

$n > f(n)$ при $n > 1$ при $n=1$ $f(n)=0$ (т.ч. нет натуральных чисел < 1)

при $n > 1$ кол-во взаимно простых чисел, меньших n , очевидно $\leq$ кол-ва чисел (любых, натуральных), меньших n , а кол-во н.ч. чисел, меньших n , всегда $< n$. Поэтому $n > f(n)$ всегда при $n > 1$.

Можно переписать условие задачи так: $(\forall x \in \mathbb{N}) (\forall n > 1) (f^*(n) > x)$.

т.е. осталось доказать, что $f^*(n) > x$ при $n > 1$. и x - любое из $\mathbb{N}$

$f^*(n)$ (по условию) = k , $N_k = 0$ причём k - первое из подх. чисел

что можно записать так:

$$f^*(n) = k, N_k = f(n) = 0$$

$$f(n) = 0$$



$f(n)=0$ только в одном случае: $n=1$, т.ч. иначе 1 же натурального

числа является взаимно простым, т.е. у которого числа с 1 хотя бы одно взаимно простое - единица. Первое значит k , при котором $f(n)=0$ это 1, т.ч. при $k=1$ $N_k = f(n)$

Бланк ответов

