



3101188447594

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Н О В И Ч К О В А

Имя П О Л И Н А

Отчество Я К О В Л Е В Н А

Дата рождения 0 1 0 2 2 0 0 8

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 1 1 5

Телефон 8 9 1 6 0 3 6 4 5 1 6

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9



3101188447594

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия П Е Р М Ь

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	0	20	—	6	0					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N^4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad x, y, z \in N$$

$$2^{xy} z = 2^x 2^y (x+y+z)$$

$$\frac{2^{xy}}{2^x 2^y} = \frac{x+y+z}{z}$$

$$2^{xy-x-y} = \left(\frac{x+y}{z} + 1 \right) \leftarrow \text{степень числа } 2 \Rightarrow \frac{x+y}{z} - \text{целое}$$

$$\frac{x+y}{z} \equiv 1 \pmod{2} \quad \text{или } \frac{x+y}{z} = 1$$

$$z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y}-1}$$

$$xy \neq x+y \Rightarrow x(y-1) \neq y \Rightarrow x \neq \frac{y}{y-1} \Rightarrow x \neq 1, y \neq 1$$

Пусть $x=2, y=3$

$$z = \frac{5}{2^{6-2-3}-1} = \frac{5}{2-1} = 5 \Rightarrow (2, 3, 5) - \text{решение}$$

$(3, 2, 5)$ - также будет решением, так как уравнение будет симметрично относительно x и y

Пусть $x=2, y=4$

$$z = \frac{6}{2^{8-2-4}-1} = \frac{6}{4-1} = 2 \Rightarrow (2, 4, 2), (4, 2, 2) - \text{решения}$$

Пусть $x=2, y=5$

$$z = \frac{7}{2^{10-2-5}-1} = \frac{7}{8-1} = 1 \Rightarrow (2, 5, 1), (5, 2, 1) - \text{решения}$$

почему других решений нет?

Ответ $(2, 3, 5), (3, 2, 5), (2, 4, 2), (4, 2, 2), (2, 5, 1), (5, 2, 1)$

N2

Всего можно будет образовать $\frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ различных пар
Через пять партий каждая команда сыграет с пятью другими коман-
дами и сможет сыграть еще с двумя

Приведу пример, почему так может случиться.

Пронумеруем команды 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

I тур 1-2, 3-5, 4-6, 7-8

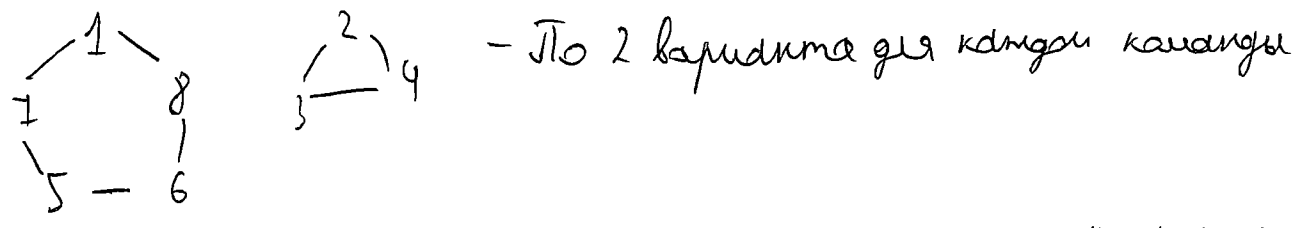
II тур 1-3, 2-8, 5-4, 6-7

III тур 1-4, 2-7, 3-6, 5-8

IV тур 1-5, 2-6, 3-7, 4-8

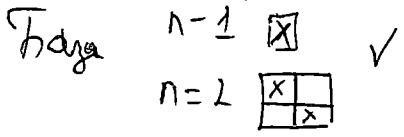
V тур 1-6, 2-5, 3-8, 4-7

На VI тур у нас остаются такие варианты



Если, 1-7, 6-8, 2-3 $\Rightarrow$ 4 и 5 команды не смогут сыграть друг с другом,
но играть им больше не с кем $\oplus$
Ответ может

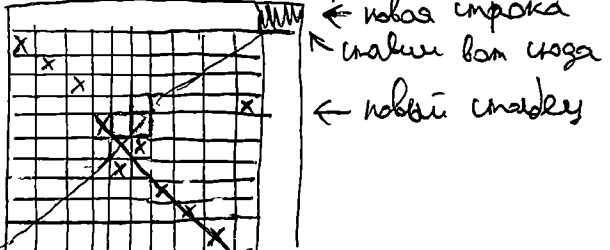
N5
Докажем по принципу Дюринге



Потак как центры не лежат на одной прямой у
четырех квадратов $\Rightarrow$ максимум 3 квадрата
лежат на одной диагонали

Переход $n \rightarrow n+1$

Если при расстановке n клеток на одной из двух больших квадратов останется по-
меньше 2 квадрата (а не максимум 3), а так сделать можно, то
можно будет возмозвать строку и столбец, так что угловая клетка ^{будет} находится
на этой диагонали (максимум с 2 выделенными клетками), но на этой диагонали
останется максимум 3 выделенные клетки, а в строке и столбце одна и тогда
все повторится. Пример на маленьком кол 6 клеток для наглядности



2 m g $\ominus$

Бланк ответов

N1

$$\begin{cases} abc \neq 10 \\ a+b+c \neq 10 \\ ab+bc+ac \neq 10 \end{cases}$$

почему?

кей

$a \neq b \neq c$ т.к. если сложить 3 одинаковые цифры, то

$$\begin{array}{ll} 1+1+1=3 \quad \text{X} & 6+6+6=18 \quad \text{X} \\ 2+2+2=6 \quad \text{X} & 7+7+7=21 \quad \text{X} \\ 3+3+3=9 \quad \text{X} & 8+8+8=24 \quad \text{X} \\ 4+4+4=12 \quad \text{X} & 9+9+9=27 \quad \text{X} \\ 5+5+5=15 \quad \text{X} & \end{array}$$

* Проверка случая $a=b=c=5$

$$\begin{array}{l} 5+5+5=15 \\ 555=125 \\ 25+25+25=75 \end{array} \quad \Rightarrow \text{он подходит } a=b=c=5 - \text{единственный случай, когда тройка } a=b=c - \text{подходит}$$

почему?

$abc \neq 10 \Rightarrow$ у a, b, c никогда не будет значения 2 и 5 в одной тройке

Рассмотрим случаи

нет нет нет $\Rightarrow a+b+c - \text{нет}$

$ab+bc+ac - \text{нет} \Rightarrow (\text{нет}, \text{нет}, \text{нет}) - \text{подходит}$

$abc - \text{нет}$

нет нет нет $\Rightarrow a+b+c - \text{нет}$

$ab+bc+ac - \text{нет} \Rightarrow (\text{нет}, \text{нет}, \text{нет}) - \text{подходит}$

$abc - \text{нет}$

нет нет нет $\Rightarrow a+b+c - \text{нет}$

$ab+bc+ac = \text{нет} + \text{нет} + \text{нет} = \text{нет} \Rightarrow (\text{нет}, \text{нет}, \text{нет}) - \text{подходит}$

$abc - \text{нет}$

нет нет нет $\Rightarrow a+b+c - \text{нет}$

$ab+bc+ac - \text{нет} \Rightarrow (\text{нет}, \text{нет}, \text{нет}) - \text{не подходит}$

$abc - \text{нет}$

С учетом этих рассуждений, которые упрощают перебор, можно его проводить

2, 2, 4 $2+2+4=8, 4+8+8=20 \quad \text{X}$

2, 2, 6 $2+2+6=10 \quad \text{X}$

2, 2, 8 $2+2+8=12, 4+16+16=36 \quad \text{X}$

2, 8, 8 $2+8+8=18, 16+16+64=96 \quad \text{X}$

2, 4, 6 $2+4+6=12, 8+12+24=44, 246-48 \quad \text{X}$

2, 4, 4 $2+4+4=10 \quad \text{X}$

2, 6, 6 $2+6+6=14 \quad \text{X}$

2, 4, 8 $2+4+8=14, 8+16+32=56 \quad \text{X}$

2, 6, 8 $2+6+8=16, 12+48+16=76 \quad \text{X}$

$$4, 4, 6 \quad 4+4+6=14, 16+24+24=64, 446=96 \quad \checkmark$$

$$4, 4, 8 \quad 4+4+8=16, 16+32+32=64 \quad \phi$$

$$6, 6, 4 \quad 6+6+4=16, 36+24+24=84, 664=144 \quad \phi$$

$$6, 6, 8 \quad 6+6+8=20 \quad \phi$$

$$8, 8, 4 \quad 8+8+4=20 \quad \phi$$

$$8, 8, 6 \quad 8+8+6=22 \quad \phi$$

$$4, 6, 8 \quad 4+6+8=18, 24+32+48=104, 468=132 \quad \phi$$

Все возможные тройки букв (зем, зем, зем) или перебором, приступим к перебору (перем, перем, перем)

$$1, 3, 3 \quad 3+3+1=7 \quad \phi$$

$$1, 5, 5 \quad 5+5+1=11, 5+5+25=35, 551=25 \quad \checkmark$$

$$1, 7, 7 \quad 1+7+7=15 \quad \phi$$

$$1, 9, 9 \quad 1+9+9=19, 9+9+81=99, 199=81 \quad \checkmark$$

$$1, 3, 5 \quad 1+3+5=9 \quad \phi$$

$$1, 3, 7 \quad 1+3+7=11, 3+7+49=59 \quad \phi$$

$$1, 3, 9 \quad 1+3+9=13, 3+9+81=93, 139=27 \quad \phi$$

$$1, 5, 7 \quad 1+5+7=13 \quad \phi$$

$$1, 5, 9 \quad 1+5+9=15, 5+9+45=59, 159=45 \quad \phi$$

$$1, 7, 9 \quad 1+7+9=17, 7+9+63=79, 179=63 \quad \phi$$

$$1, 1, 3 \quad 1+1+3=5 \quad \phi$$

$$1, 1, 5 \quad 1+1+5=7 \quad \phi$$

$$1, 1, 7 \quad 1+1+7=9 \quad \phi$$

$$1, 1, 9 \quad 1+1+9=11, 1+9+9=19, 119=9 \quad \phi$$

$$3, 3, 5 \quad 3+3+5=11 \quad \phi$$

$$3, 3, 7 \quad 3+3+7=13, 9+21+21=51 \quad \phi$$

$$3, 3, 9 \quad 3+3+9=15 \quad \phi$$

$$5, 5, 5 \quad 5+5+5=15, 25+25+25=75, 555=75 \quad \checkmark$$

$$5, 5, 7 \quad 5+5+7=17, 35+35+25=95, 557=745 \quad \checkmark$$

$$5, 5, 9 \quad 5+5+9=19, 45+45+25=115, 559=225 \quad \checkmark$$

$$7, 7, 5 \quad 7+7+5=19 \quad \phi$$

$$7, 7, 7 \quad 7+7+7=21 \quad \phi$$

$$7, 7, 9 \quad 7+7+9=23 \quad \phi$$

Бланк ответов

$$\begin{aligned}
 9, 9, 3 & \circ 9+9+3=21 \quad \Phi \\
 9, 9, 5 & \circ 9+9+5=23 \quad \Phi \\
 9, 9, 7 & \circ 9+9+7=25 \quad \Phi \\
 3, 5, 7 & ? 3+5+7=15, 15+21+35=71 \quad \Phi \\
 3, 5, 9 & \circ 3+5+9=17 \quad \Phi \\
 3, 7, 9 & \circ 3+7+9=19, 21+27+63=111 \quad \Phi \\
 5, 7, 9 & \circ 5+7+9=21 \quad \Phi
 \end{aligned}$$

Мы перебрали все возможные тройки вида (нечет, нечет, нечет), осталось перебрать тройки вида (чет, чет, нечет)

$$\begin{aligned}
 2, 2, 3 & \circ 2+2+3=7 \quad \Phi & 4, 6, 3 & \circ 4+6+3=13, 24+18+12=54, 463=72 \quad \Phi \\
 2, 2, 7 & \circ 2+2+7=11 \quad \Phi & 4, 6, 7 & \circ 4+6+7=17, 24+28+42=94, 467=158 \quad \Phi \\
 2, 2, 9 & \circ 2+2+9=13 \quad \Phi & 4, 6, 9 & \circ 4+6+9=19, 24+36+54=114, 469=216 \quad \Phi \\
 4, 4, 3 & \circ 4+4+3=11 \quad \Phi & 4, 8, 3 & \circ 4+8+3=15 \quad \Phi \\
 4, 4, 7 & \circ 4+4+7=15 \quad \Phi & 4, 8, 7 & \circ 4+8+7=19 \quad \Phi \\
 4, 4, 9 & \circ 4+4+9=17 \quad \Phi & 4, 8, 9 & \circ 4+8+9=21 \quad \Phi \\
 6, 6, 3 & \circ 6+6+3=15 \quad \Phi & 6, 8, 3 & \circ 6+8+3=17 \quad \Phi \\
 6, 6, 7 & \circ 6+6+7=19 \quad \Phi & 6, 8, 7 & \circ 6+8+7=21 \quad \Phi \\
 6, 6, 9 & \circ 6+6+9=21 \quad \Phi & 6, 8, 9 & \circ 6+8+9=23 \quad \Phi
 \end{aligned}$$

перебор не полный ⊖

Мы перебрали все тройки вида (чет, чет, чет), итого надо рассмотреть тройки

5, 5, 5	4, 4, 6	1, 5, 5	1, 9, 9	5, 5, 3
5, 5, 7	5, 5, 9			

Ответ ~~555, 446, 464, 644, 155, 515, 551, 199, 919, 991, 557, 575, 755, 559, 595, 955, 553, 535, 555~~

потерян 649 —

порядок цифр в числе важен!

