ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101483490429

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия ЖУКОВА

Имя ЮЛИЯ

Отчество ВЯЧЕСЛАВОВНА

Дата рождения 07 09 2009

Город участия ОРЕНБУРГ

Аудитория 418

Телефон 89871910511

Дата 03 02 2025 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101483490429

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [x] 9
- [ ] 10
- [ ] 11

Город участия ОРЕНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	—	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	—	20	0	0	0					

Итоговый балл 20

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф

Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 2

1) Выразим сумму последовательных чисел через формулу суммы арифметической прогрессии

$$S_{2025} = \frac{a_1 + a_{2025}}{2} 2025$$

Так как $a_{2025} = a_1 + 2024$, то

$$S_{2025} = \frac{2a_1 + 2024}{2} 2025 \mid 2$$

$$2S_{2025} = (2a_1 + 2024)2025$$

$$2a_1 + 2024 = \frac{2S_{2025}}{2025}$$

$$a_1 = \frac{\frac{2S_{2025}}{2025} - 2024}{2}$$

$$a_1 = \frac{S_{2025}}{2025} - 1012 \quad (1)$$

Из уравнения (1) мы видим, что для того чтобы узнать первое число арифметической прогрессии, необходима такая сумма ряда чисел, которая бы делилась на 2025

2) По условию необходимо разделить числа так, чтобы сумма первой группы состояла только из 3, а сумма второй группы — только из 4 Если мы сложим эти суммы, т.е узнаем сумму всей арифметической прогрессии из 2025 чисел, то как минимум последнее число суммы будет равно 7 Чтобы число делилось на 2025, оно должно делиться на 81, 25 Получившаяся сумма чисел оканчивается на

7, она не делится на 25, следовательно, не делится на 2025, а значит, мы не можем найти ряд последовательных 2025 чисел, которые бы смогли разделить на две группы, сумма чисел каждой из которых состояла бы только из 4 и только из 3 соответственно

Задание 5

Если вся доска заполнена королями, то возможны следующие случаи. Король может бить 3 клетки, если стоит в „углу" доски (рис 1),

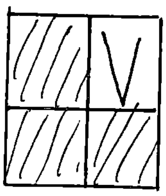

рис 1

5 клеток, если стоит на краю доски (рис 2), 8 клеток, если стоит ~~в~~ не в углу и не на краю (рис 3) Тогда наибольшее значение $n=8$

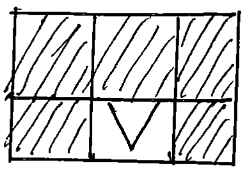

рис 2

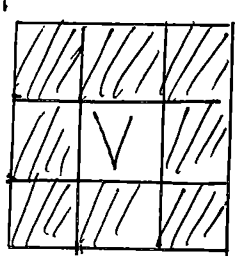

рис 3

Однако следует учесть случай, когда доска не полностью заполнена королями. Тогда стоит рассматривать тот вариант, при котором возможно поставить наибольшее число королей, т.е. стоит рассматривать случай постановки королей в середине доски. На рис 4 приведено расположение королей, где максимальное $n=6$ (короли отвечают на вопрос, начиная с короля второго ряда 1 столбца)

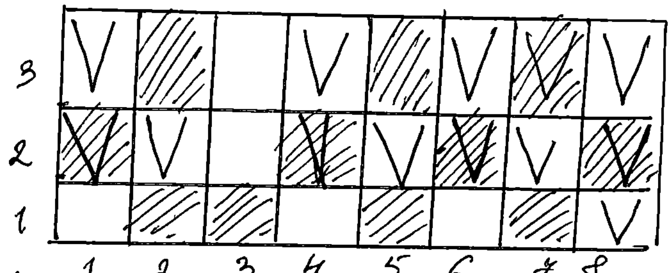

рис 4

Таким образом, $n=6$

Ответ 6 можно поставить больше

Бланк ответов

Задание ~~5~~ 4

Количество пар в шахматном туре есть количество сочетаний из $n_1 = 2n$ элементов, где $m=2$ из них необходимы

$$C_{n_1}^{m} = \frac{n_1!}{m!\,(n_1-m)!} = \frac{(2n)!}{2!\,(2n-2)!}$$

Причем $\frac{(2n)!}{2!\,(2n-2)!} / 5$, $\frac{(2n)!}{2!\,(2n-2)!} / 6$

Так как $C_n^m / 6$, то и в числителе, и в знаменателе должно быть число 6. ~~Это~~ Это возможно, если

$$\begin{cases} 2n \geq 6 \\ 2n-2 \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2n \geq 6 \\ 2n \geq 8 \end{cases} \Rightarrow \underline{n \geq 4}$$

Проверим нашу гипотезу Пусть $n=5$ Тогда

$$C_{10}^{2} = \frac{\cancel{2}\,\cancel{3}\,\cancel{4}\,\cancel{5}\,\cancel{6}\,\cancel{7}\,\cancel{8}\,9\,\cancel{10}^{5}}{\cancel{2}\,2\,\cancel{3}\,\cancel{4}\,\cancel{5}\,\cancel{6}\,\cancel{7}\,\cancel{8}} = 45$$

Как мы видим, 45 5 Необходимо ввести дополнительное ограничение для n

$$\begin{cases} n / 6 \\ n / 5 \\ \cancel{5 \Rightarrow n}\ 2n / 5 \\ n \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n / 6 \\ n / 5 \\ n \geq 4 \end{cases}$$

Ответ $\begin{cases} n \in [4, +\infty) \\ n / 5 \\ n / 6 \end{cases}$ неверно

Задание 3

$$a^{(b} + \frac{a^2}{b} + \frac{a^2}{a+b} = 5^{(b}$$

$$\frac{a^2}{a+b} = \frac{5b - ab - a^2}{b}$$

$$\frac{a+b}{a^2} = \frac{b}{5b - ab - a^2}$$

$$\cancel{a + \frac{a^2}{b} + \frac{a^2}{a+b} = 5}$$

0

Линия отреза

Бланк ответов