

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Н У Р Г А Л И Е В

Имя А Й А А Р

Отчество М А Р С О В Ы Ч

Дата рождения 3 0 1 2 2 0 0 6

Город участия И Ж Е В С К

Аудитория 2 1

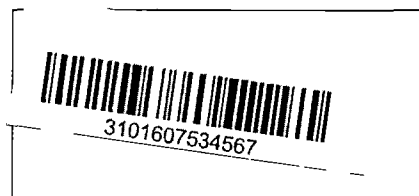
Телефон + 7 9 9 5 3 3 2 1 6 3 6

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия И Ж Е В С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
 Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	0	—					
Балл члена жюри №2	20	20	—	0	—					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1 вариант

Задание 1

Не угадали общности будем говорить, что первая цифра нашего числа это a , вторая b , третья c

Заметим, что среди цифр нет 0, иначе $abc = 0 \Rightarrow$ наше число начинается с нуля. Далее, заметим, что $a+b+c \equiv c \pmod{10} \Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{10}$. Тогда получим такую таблицу:

a	b	c
1	9	
2	8	
3	7	
4	6	
5	5	
6	4	
7	3	
8	2	
9	1	

, используя свойство $abc \equiv a \pmod{10}$ можно получить

Получим следующую таблицу

a	b	c
1	9	9
2	8	2/7
3	7	3
4	6	1/6
5	5	1/3/5/7/9
6	4	4/9
7	3	7
8	2	3/8
9	1	1

Проверив все c , по свойству $ab+bc+ca \equiv b \pmod{10}$, получим,

что подходит числа

199, 644, 649, 551, 553, 555, 557, 559

⊕

Задание 2

Ответ: да, возможно. Пусть изначально прокоммерчим игроков от 1 до 8. Пусть проигрывают такие игры

I	II	III	IV	V
1-8	1-3	1-4	1-6	1-7
2-3	2-4	2-6	2-7	2-8
5-7	5-8	5-3	5-4	5-6
4-6	6-7	7-8	3-8	3-4

Не играем между собой (1, 3, 5)

Тогда первый игрок в i -й туре может сыграть либо со вторым, либо с пятым. Но если первый играет со вторым, то пятый играет с кем-то из 3, 4, 6, 7, 8, хотя со всеми ними он уже играл. Если же первый играет с пятым, то второму нужно так же играть с кем-то из 3, 4, 6, 7, 8 а с ними он тоже уже играл. В этом примере провести шестой тур невозможно.

⊕

Задача 4

Заметим, что $xy \geq x+y$, так как $(x+y+z) \geq z$. Не умаляя общности, $y \geq x$.

Все возможные тройки чисел $x=2, y=3, z=5$, $x=2, y=4, z=2$, $x=2, y=5, z=1$ и наоборот.

$x=3, y=2, z=5$, $x=4, y=2, z=5$, $x=5, y=2, z=1$

Если мы знаем x и y , то z восстанавливается однозначно, ~~то~~ из того что $xy \geq x+y$, следует, что не возможны пары

$\begin{matrix} xy \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 22 \end{matrix}$

При $x=2$ $2^y z = 2^{x+y} (2+y+z)$

$2^y z = 2+y+z \Rightarrow$ при $y \geq 6$ это невозможно

Аналогично При $x=3$ и, соответственно, $y \geq 3$ - это тоже невозможно, доказываем аналогично тому, когда $x=2$

При $x \geq 4$, и $y \geq 4$ соответственно

$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$, $x+y+z \leq 2y+z$
 ~~$2^z z = 2^{2y} (2y+z)$~~

Существенных
произведений
нет

$\frac{(x-1)(y-1)-1}{2} z = \frac{x+y}{2} 2y+z$ z - натуральное $\Rightarrow z \geq 1$

При $x \geq 4$ видно, что $\frac{(x-1)(y-1)-1}{2} z \geq 2y+z$
 Значит других троек нет
 Это нужно доказать

Линия отреза

Бланк ответов

