



3101679507611

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Д Е Н И С О В

Имя К И Р И Л Л

Отчество Д Е Н И С О В И Ч

Дата рождения 0 6 1 2 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Г У К Ч 0 1

Телефон 8 9 8 7 5 1 8 0 8 4 3

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101679507611

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов - 0 Количество черновиков к проверке - 0

Время выхода с 12 12 до 12 15

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	20	0	20	5	—				
Балл члена жюри №2	18	20	0	20						

Итоговый балл 58

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

✓

В силу симметрии условия относительно a, b, c Не утмывая
общую часть - $\overline{abc}$

1) $\overline{19c}$ условия можно записать так $c = (a+b+c) \bmod 10 \Rightarrow$

$$\Rightarrow a+b \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a+b=10$$

↓
пары (a, b) $(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5),$
 $(6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)$

Рассмотрим все эти пары

1) $\overline{19c}$ 3 условия $1 = (19c) \bmod 10 \Rightarrow c = 9$

2 условия $9 = (91 + 99 + 91) \bmod 10 = (9 + 1 + 9) \bmod 10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 199$ - подходит

2) $\overline{28c}$ 3 условия $2 = (16c) \bmod 10 = (6c) \bmod 10 \Rightarrow c = 2, 7$

2 условия 282 $8 = (82 + 28 + 21) \bmod 10 = (6 + 6 + 4) \bmod 10 = 6 \neq 8$

Здесь и далее $(K) \bmod 10$ будет писаться как $(K)_{10}$

287 $8 = (14 + 16 + 56)_{10} = 6 \neq 8$

3) $\overline{37c}$ $3 = (21c)_{10} = (c)_{10} \Rightarrow c = 3$

373 2 условия $7 = (21 + 21 + 9)_{10} = 1 \neq 7$

4) $\overline{46c}$ $4 = (24c)_{10} = (4c)_{10} \Rightarrow c = 1, 6$

461 $6 = (6 + 4 + 24)_{10} = 4 \neq 6$

466 $6 = (24 + 24 + 36)_{10} = 4 \neq 6$

5) $\overline{55c}$ $5 = (25c)_{10} = (5c)_{10} \Rightarrow c = 1, 5$ еще $3, 7, 9$

551 $5 = (25 + 5 + 5)_{10} = 5$ ✓ - подходит

555 $5 = (25 + 25 + 25)_{10} = 5$ ✓ - подходит

далее см обрат

6) $\overline{91C}$

$$9 = (9C)_{10} \rightarrow C=1$$

$$911 \quad 1 = (9+9+1)_{10} = 9 \quad \text{X}$$

7) $\overline{82C}$

$$8 = (16C)_{10} = (6C)_{10} \rightarrow C=3, 8$$

$$823 \quad 2 = (16+6+24)_{10} = 6 \quad \text{X}$$

$$828 \quad 2 = (164+16+16)_{10} = 6 \quad \text{X}$$

8) $\overline{73C}$

$$7 = (21C)_{10} = (C)_{10} \rightarrow C=7$$

737

$$3 \quad (21+21+49)_{10} = 1 \quad \text{X}$$

9) $\overline{64C}$

$$6 = (24C)_{10} = (4C)_{10} \rightarrow C=4, 8$$

$$644 \quad 4 = (24+24+16)_{10} = 4 \quad \text{O} \quad \text{подходит}$$

$$649 \quad 4 = (54+36+24)_{10} = 4 \quad \text{O} \quad \text{подходит}$$

Остатки 199, 551, 555, 644, 649,

Т.к. мы перебрали все возможные ~~суммы~~ ^{пары} (4, 6) то у нас
 балансов нет ±

Да, монеты

№ 2

Вот пример разбиения на монеты

1 тур

1	2	3	4
1	1	1	1
4	5	6	8

2 тур

1	2	3	4
1	1	1	1
5	6	7	8

3 тур

1	2	3	4
1	1	1	1
6	7	8	9

4 тур

1	2	3	5
1	1	1	1
7	8	4	6

5 тур

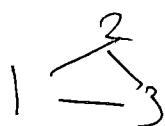
1	2	3	6
1	1	1	1
8	4	5	7

У нас получились следующие тройки на 6 тур

Если стави 2-3 в пары, тогда 1 нет пар

Если 1-3, то у нас 2

Если 1-2, то у нас 3



и т.д. +

✓ 4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad | \cdot 2^{x+y}$$

$$2^{xy-x-y} z = x+y+z$$

$$z(2^{xy-x-y} - 1) = x+y \Rightarrow \frac{x+y}{z} \equiv 0$$

$$z(2^{(x-1)(y-1)} - 2) = 2(x+y)$$



$x, y \geq 1$, тогда либо $xy < 0$, либо $xy > 0$

и $x, y \neq 2$, тогда либо $xy = 0$, либо $xy > 0$

Таким образом $2^{(x-1)(y-1)} - 2$ почти всегда $> 2(x+y)$
нигде почти когда $<$

$$2^{(x-1)(y-1)} - 2 < 2(x+y)$$

$$2^{(x-1)(y-1)} < 2(x+y+1)$$

$$2^{xy-x-y} < x+y+1$$

Если $xy-x-y > x+y+1$, то точно не выполняется?

нигде почти никогда почти ↑
 $xy-x-y < x+y+1$

$$xy < 2(x+y)+1, \quad x, y \geq 2$$

$$(x-2)y < 2x+1$$

Почти всегда $xy > n$ и

Рассмотрим значения y с точки зрения возможности, когда $xy > n$
и $y=3$ тогда $3x-6 < 2x+1$

$$x < 7 \rightarrow (3, 4)(3, 5)(3, 6)$$

$$y=4 \quad 4x-8 < 2x+1$$

$$2x < 9$$

$$x < 4.5 \rightarrow (4, 4) (4, 5)$$

$$y=5 \quad 5x-10 < 2x+1$$

$$3x < 11$$

$$x < 4 \rightarrow (5, 5)$$

$$y=6 \quad 6x-12 < 2x+1$$

$$4x < 13$$

$$\downarrow$$

$$x < 3 \rightarrow (6, 3)$$

$$y=7 \quad 7x-14 < 2x+1$$

$$5x < 15$$

$$x < 3 \rightarrow \text{нет} \Rightarrow \underline{\text{не существует}}$$

поэтому нету нету

$$(3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6) (4, 4)$$

Теперь пойдём к задаче $xy - (x-1)(y-1) < 2(x+y+1)$
 и пойдём к ней поговорим, в силу симметрии от x, y

$$2^2 < 2(6+1) \quad 2^3 < 2(7+1) \quad 2^4 < 2(8+1)$$

$$16 < 14x \quad 64 < 28x \quad 2^8 < 18x$$

$$2^{10} < 20x \quad 2^9 < 18x \Rightarrow 2^{(x-1)(y-1)} > 2(x+y+1), \text{ при } x, y > 2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ при $x, y > 2$ левая часть строго больше правой части

Теперь так же будем искать пойдём на $(1, 1) (2, 1) (2, 2)$
 в исходное уравнение и проверим

$$1) \quad 2z = 2^2(2+z)$$

$$z = 4 + 2z \quad \emptyset$$

$$2) \quad 2^2 z = 2^3(3+z)$$

$$z = 6 + 2z \quad \emptyset$$

$$3) \quad 2^4 z = 2^4(4+z)$$

$$z = 4 + z \quad \emptyset$$

См. лист 3

Бланк ответов

и продолжение

Теперь проверим пары $(1, x)$ и $(2, x)$, ~~если~~ теперь только среди них могут быть решения

$$\begin{aligned} 1) \quad 2^x z &= 2^{x+1} (x+4z) \\ z &= 2(x+1+z) \\ z &= 2x+2+2z \\ 0 &= 2x+2+z \Rightarrow \emptyset \end{aligned}$$

$$2) \quad 2^{2x} z = 2^{x+2} (x+2+z)$$

$$2^x z = 4(x+2+z)$$

$$(2^x - 4)z = 4x + 8$$

$$\downarrow \rightarrow 4z > 2$$

$$x \neq 7 \quad (2^x - 4 > 4x + 8, \text{ при } x > 7)$$

$$x=3$$

$$(2^3 - 4)z = 12 + 8$$

$$4z = 20$$

$$4z = 12 + 8$$

$$4z = 20$$

$$z = 5$$

$$\downarrow$$

$$(3, 2, 5) \rightarrow \text{подходит}$$

$(2, 5, 5) \rightarrow$ подходит по условию, но не подходит по решению, так как $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50 \neq 2^{2+5} \cdot (2+5+5) = 2^7 \cdot 12 = 1536$

$$x=4$$

$$(2^4 - 4)z = 16 + 8$$

$$12z = 24$$

$$z=2 \rightarrow (4, 2, 2) \rightarrow \text{подходит}$$

$$(4, 2, 2) \rightarrow \text{подходит}$$

Тоже подходит

$$x=5 \quad (2^5 - 4)z = 28$$

$$x=5 \quad (2^5 - 4)z = 28$$

$$z=1$$

$$(5, 2, 1) \rightarrow \text{подходит}$$

$$(2, 5, 1)$$

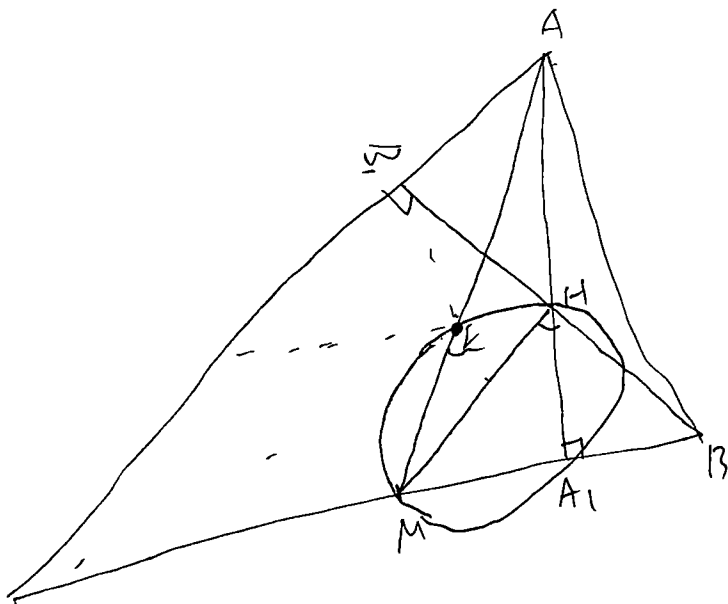
$$x=6 \quad 60z = 32 \Rightarrow \emptyset$$

Мы рассмотрели все возможные случаи $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Решения $(3, 2, 5) (4, 2, 2) (5, 2, 1) (2, 5, 5) (2, 4, 2) (2, 5, 1)$

$\neq$

№3



~~указано, что $AM \cdot AK = AA_1 \cdot AH$ из чего следует $\angle A_1 K M = \angle M H A_1$ (они не смежные)~~

$AM \cdot AK = AA_1 \cdot AH$ из чего

следует $\angle A_1 K M = \angle M H A_1$ (они не смежные)

—