



3101081487220

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Ш А К И Р О В А

Имя К А М И Л Л А

Отчество А Л Ь Ф Р Е Д О В Н А

Дата рождения 0 5 0 4 2 0 0 6

Город участия У Ф А

Аудитория 5 0 1

Телефон + 7 9 3 9 3 3 7 1 9 4 4

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101081487220

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия *Уфа*

Заполняется организаторами

Количество доп. листов *0* Количество черновиков к проверке *0*
Время выхода с *12 26* до *12 28*

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>	<i>20</i>	<i>—</i>					
Балл члена жюри №2	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>	<i>16</i>	<i>—</i>					

Итоговый балл *58*

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

средствами
4

Задача 1
~~Задача 1~~
авс

Случай, если все a, b, c являются $a+b+c$ -суммирующими
Если $a=0$, то число является $a+b+c$ -суммирующим, же
 $a \neq 0$ по условию, при a, b, c законом
система не верна 3-х значений числу

$$\begin{cases} c = a + b + c, \text{ and} \\ b = ab + bc + ca \\ a = abc \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b=0 \\ b=ab+bc+ca \\ \frac{a}{a} = bc, \text{ при } a \end{array} \right.$$

$$\rho \quad a+b=0$$
$$b=ab+be+ca$$
$$be=1$$

$$e = \frac{1}{b} \Rightarrow \text{wpu } a \neq 0$$

$$\Rightarrow b = ab + b \frac{1}{b} + \frac{1}{b} a \Rightarrow b = ab + \frac{a}{b} + 1, \text{ если } a \neq 0$$

$$b - \frac{a}{b} - ab = 1 \quad / b, \text{ при } b \neq 0$$

$$b^2 - a - ab^2 = 0 \Rightarrow b^2 - b - a - ab^2 = 0$$

$$b^2(1-a) - a = 0 \Rightarrow b^2(1-a) - a - 1 = 0$$

$$-a(1+b^2) + b^2 = 1 \quad -a(1+b^2) = 1-b^2$$

$$a(1+b^2) = b^2 - 1 \Rightarrow$$

Заменим, что $b^2 \geq 0$, $b^2 + 1 \geq 1$

$$\Rightarrow a = \frac{b^2 - 1}{1 + b^2}$$

$$Q = \frac{6^2 - 1}{1 + 6^2}$$

~~Второй способ~~, поставим значение в $a+b=0$

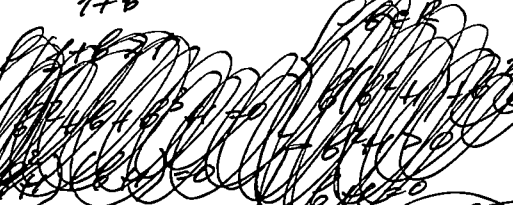
$$\frac{b^2-1}{1+b^2} + b = 0, \quad | \quad 1+b^2$$

$$\frac{b^2 + b + b^3 + 1}{1 + b^2} = 0, \quad (\text{вычл стр 2})$$

$$\frac{b^2 + b + b^3 + 1}{1 + b^2} = 0, \text{ (из уравнения)}$$

~~XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX~~

1482



$\Rightarrow b=0$, при $b=0, a+b=0 \Rightarrow a=0$, противоречие $\Rightarrow b \neq 0$

Перепишем ~~алгоритм~~ Докажем, что всё abc будет верно для всех выборов

Общий вид трехзначного числа

$$xyz = x \cdot 100 + y \cdot 10 + z, \quad x, y, z \in \mathbb{Z}$$

$$y, z \in \mathbb{N}$$

$$x, y, z \in [0, 10)$$

$$x \neq 0$$

~~Решение~~
 ~~$x = a$~~
 ~~$y = b$~~
 ~~$z = c$~~
 ~~$xyz = abc$~~

выбор $x = a$ и проверка всех вариантов $(x, y, z) = a, b, c$

$$xyz = abc$$

$$\frac{abc}{abc}$$

$$\frac{bac}{bac}$$

$$\frac{cba}{cba}$$

~~Решение~~
 ~~$a = a$~~
 ~~$b = b$~~
 ~~$c = c$~~

~~Решение~~
 ~~$a = a$~~
 ~~$b = b$~~
 ~~$c = c$~~

~~Решение~~
 ~~$a = a$~~
 ~~$b = b$~~
 ~~$c = c$~~

~~Решение~~
 ~~$a = a$~~
 ~~$b = b$~~
 ~~$c = c$~~

Выборы $abc, ab+bc+ca, abc$ идентичны для всех чисел цифр (a, b, c) расположенных в произвольном порядке на разрядах единиц, десятков и сотен

~~Решение~~
 ~~$a = a$~~
 ~~$b = b$~~
 ~~$c = c$~~

Условие симметрично a, b, c , значит не упорядочивая можно считать, что наше $xyz = abc$

Тогда из условия 1) $c \equiv a+b+c \pmod{10}$, 2) $b \equiv ab+bc+ca \pmod{10}$

3) $a \equiv abc \pmod{10}$

$$\begin{cases} c \equiv a+b+c \\ b \equiv ab+bc+ca \\ a \equiv abc \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b \equiv 0 \\ b \equiv c(a+b)+ab \\ a \equiv -b \\ b \equiv ab \end{cases}$$

$$\text{Из } c \equiv a+b+c \Rightarrow a+b \equiv 0, a \equiv -b$$

$$b \equiv c(a+b)+ab \equiv ab \Rightarrow ab-b \equiv 0 \equiv ab+a \Rightarrow a(bc) \equiv 0$$

Тогда b или (bc) делится на 5 $\Rightarrow a(bc) \equiv 0$

Рассмотрим все возможные варианты, с учетом, что a и b не равны нулю

3) $a \not\equiv 0 \pmod{10}$ (цифра)
 $\text{I } b=0, a \equiv -b \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 0 \pmod{10}, a\text{-цифра}$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=0, \text{ противоречие, т.к. в старшем разряде не может} \\ \text{стоять } 0 \end{array} \right.$

II $b=5, a \equiv -b \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 5 \pmod{10}, a\text{-цифра} \Rightarrow \{a=5\}$

III и 3) $a \equiv ab \pmod{10}, 5 \equiv 55c \pmod{10} \Rightarrow c \text{ не может быть}$
 четным (иначе $5 \equiv 0$)

Заменим, что любая нечетная c порождает $\checkmark$

Проверим

$$a+b \equiv 5+c \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c \equiv a+b+c \pmod{10}$$

$$a+b \equiv 5+5 \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c \equiv a+b+c \pmod{10}$$

$$a+b \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow (a+b)c + ab \equiv 0+25 \equiv 5 \pmod{10} \Rightarrow b$$

III $c\text{-нечетное} \Rightarrow 5c \equiv 5 \pmod{10} \Rightarrow 5 \equiv 55c \pmod{10}, \text{ т.е. } a \equiv ab \pmod{10}$

~~IV~~
 $b=4$

$b=4, a \equiv -b \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 6 \pmod{10}, a\text{-цифра} \Rightarrow \{a=6\}$

III и 3) $b \equiv 64c \pmod{10} \Rightarrow 24c \equiv 4c \pmod{10} \Rightarrow 4c \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow 2c \equiv 3 \pmod{5}$

$2c$ - четное число от $[0, 18] \Rightarrow$ возможно два варианта,

$c=4, c=9$, они оба подходят, т.к. все проверки удовлетво-

ены

IV $b=10, a \equiv -b \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 1 \pmod{10}$ и 3) $a \equiv ab \pmod{10}$

$$a \equiv 19c \pmod{10} \Rightarrow (c-1) \equiv 0 \pmod{10}$$

$$(c-1) \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow c \equiv 1 \pmod{10}$$

Единственная такая цифра, что $(c-1) \equiv 0 \pmod{10}$ — это $c=1$

Оно $\Rightarrow$ что $c=9$

Все проверки выполнены, значит такое решение существует

Все случаи рассмотрены

Ответ $(5,5,4), (5,5,3), (5,5,5), (5,5,7), (5,5,9), (6,4,4), (6,4,9), (9,9,9)$

+

Линия отреза

Бланк ответов

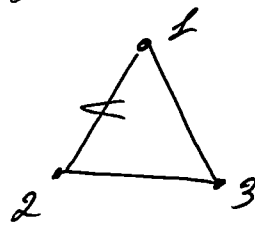
Задача 2

Ответ Да, может
Пронумеруем участников от 1-8 (1, 2, ..., 8)
Пусть будут матчи 5 туров, что

- 1 1-4, 2-5, 3-6, 7-8,
- 2 1-5, 2-6, 3-8, 4-7,
- 3 1-6, 2-7, 3-4, 8-5,
- 4 1-7, 2-8, 3-5, 4-6,
- 5 1-8, 2-4, 3-6, 5-7,

Тогда, после 8 тура друг с другом не играют
только 1-2-3 друг с другом и ~~4-5~~ 4-5, 5-6,
6-7, 8-4, 7-8,

Тогда еще тур не получившаяся проигрывает, т.к
имеем цикл из 3-х участников, которые не играют
между собой (1-2-3)



Но если если 1-3, то 2 будет
в графе с нулевыми ребрами без пар
и от 1-3 только один на тур

А если 1-2, то 3 остается без пары



Задача 4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$$



$$z = \frac{2^{x+y} (x+y)}{2^y - 2^x}$$

верно z
выражено z
делим на $2^y - 2^x$
можно, т.к

$$2^{xy} z = 2^{x+y} z + 2^{x+y} (x+y)$$

$$2^y - 2^x = 0, \text{ то}$$

$2^{x+y} (x+y) = 0$ - не
корректно

$$\text{Тогда } 2^{x+y} (x+y) \geq 2^{xy} - 2^{x+y} \Rightarrow$$

$$2(x+y) \geq 2^{(x-1)(y-1)}$$

Пусть x и y не имеют в себе значения равные
1, $\neq 1$ Пусть $x \geq y, \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{[scribbled out]} \quad 2(2x+1) \geq 2^{x-1} \quad y=2$$

Замечаем, что при $x \geq 6$, $2(2x+1) \geq 2^{x-1}$ Так при $x=6$ выполняется равенство, а функции графика строго монотонны а при $x=1$, левая часть равна 4, а $2(2x+1) = 16$ ⁴увеличивая правую часть на данное число умножает ^{на 4} левую часть. Поэтому выполняется равенство только при $x=1$ либо $y=1$

2) Далее мы $x, y < 7$

1) $x=1 \Rightarrow z = 2+2y+2z$ - ~~равно~~ не выполняется, тогда $x, y \geq 2$

2) Пусть $x \geq y$, мы знаем, что $(y+1)(x+y+1) \geq 2^{(x-1)(y-1)}$

1) $x=6$ имеем $(4+2y) \geq 32(2)$ $\Rightarrow y \geq 9$ - Противоречие

2) $x=5$, при $y=2 \quad z=1$

$y=3 \quad z = \frac{8}{2^7-1} < 1$, не подходит

$y=4$

$z = \frac{2^{10}-2^9}{2^{20}-2^9} < 1$ не подходит

$y=5, \quad z = \frac{2^{10}-2^{10}}{2^{20}-2^{10}} < 1$, не подходит

3) $x=4$, при $y=2 \quad z=2$

$y=3 \quad z = \frac{2^4-7}{2^{12}-2^7} < 1$, не подходит

$y=4, \quad z = \frac{2^8-8}{2^{16}-2^8} < 1$, не подходит

4) $x=3$, при $y=2 \quad z=5$,

$y=3, \quad z = \frac{6}{7} < 1$, не подходит

5) $x=2$, при $y=2 \quad z = \frac{2^4-4}{2^4-2^4}$, не подходит

Итак $(5, 2, 1), (4, 2, 2), (3, 2, 5),$

$(2, 5, 1), (2, 4, 2), (2, 3, 5)$

+