ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101568085628

Титульный лист

Направление	☐ анализ данных	☐ информатика	☐ история		
	☒ математика	☐ обществознание	☐ русский язык		
	☐ физика	☐ химия			

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия СИСЬМЕКОВА

Имя ЗЛАТА

Отчество АРТЕМОВНА

Дата рождения 06 12 2011

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 325

Телефон 79022563822

Дата 03 02 2025 **Подпись** СА

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101568085628

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [x] 8 [ ] 9 [ ] 10 [ ] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	–	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	–	10					

Итоговый балл ~~70~~ 65

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

У рабочих могло получится 3 неверных числа

1) Когда они повесили две 6 то есть это число 66
2) Когда одна цифра 6, а другая 9 причем 6 перед 9 то есть это число 69
3) Когда одна цифра 6 а другая 9, причем 9 перед 6 то есть это число 96

Рассмотрим все варианты

1) Если все товары стали стоить 66 рублей то цена каждого товара упала на $99-66=33$ рубля Значит $2025=33x$ где x - кол во товаров в магазине

$2025 \vdots 33x$

$2025 = 11 \cdot 3x$

Заметим что ~~раз 33=11·3 значит~~ 2025 должно делиться на 33 для того чтобы равенство было верным, а раз 33=11·3 2025 должно делиться на 11, но 2025 при делении на 11 дают остаток 1

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 11 \\ \underline{-11} & 184 \\ 92 & \\ \underline{-88} & \\ 45 & \\ \underline{-44} & \\ 1 & \end{array}$$

То есть на 11 не делиться Значит рабочие не могли повесить число 66

2) Если все товары стали стоить 69 рублей то цена каждого товара упала на $99-69=30$ рублей Значит $2025=30x$ где x - кол во товаров в магазине Но заметим что ~~30=10·3 значит~~ 2025 должно делиться на 30 а раз 30=10·3 2025 должно делиться на 10 но по признаку делимости на 10, чтобы число делилось на 10, оно должно оканчиваться на 0 а 2025 оканчивается на 5, соответственно на 10 не делиться Значит рабочие ~~ж~~ не могли повесить число 69

3) Если все товары стали стоить 96 рублей, то цена каждого товара упала на $99-96=3$ рубля Значит

$2025 = 3x$

$x = 2025 : 3$

$x = 675$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 3 \\ -18 & 675 \\ \hline 22 & \\ -21 & \\ \hline 15 & \\ -15 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Из всех вариантов нам подходит только когда рабочие повесили число 96 при котором кол-во товаров в магазине 675

Ответ в асортименте магазина 675 товаров

Задание 2

Я утверждаю что такое может произойти Приведем пример распределения соперников в первых 3ех турах

~~I тур~~

~~1~~ Пронумеруем участников от 1 до 6

I тур

II тур

1-ый играет с 2ым

3 ий играет с 6-ым

4-ым играет с 5 ым

Задание № 5 (начало на обратной стороне бланка 3)

$z = \frac{x^2}{2y-x}$

4) $\frac{Bk}{kE} = \frac{x+z}{2y-z} = \frac{x + \frac{x^2}{2y-x}}{2y - \frac{x^2}{2y-x}} = \frac{\frac{\cancel{x^2}\, x(2y-x)}{2y-x}\ \frac{x^2}{2y\ x}}{\frac{2y(2y-x)}{2y-x} - \frac{x}{2y-x}} = \frac{\frac{x(2y-x+x)}{2y-x}}{\frac{2y(2y-x)-x^2}{2y-x}}$

$= \frac{x\,2y}{4y^2-2yx-x^2} = \frac{2xy}{(2y-x)^2+2x^2}$

Ответ точка K делит отрезок BE в отношении $\frac{2xy}{(2y-x)^2-2x^2}$

Продолжение решения Задания 1 с лицвои сторонь бланка 1

Бланк ответов

$2025 = 3x$

$x = 2025 : 3$

$x = 675$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 3 \\ \hline -18 & 675 \\ 22 & \\ -21 & \\ 15 & \\ -15 & \\ 0 & \end{array}$$

Из всех вариантов нам подходит только когда рабочие повесили число 96, при котором кол-во товаров в магазине равно 675 +

Ответ в ассортименте магазина всего 675 товаров

Задание 2

Я утверждаю, что такое могло произойти. Приведем пример распределения в первых 3-ех турах, при котором невозможно провести Четвертый. Для этого пронумеруем всех участников от 1 до 6

I тур

1-ый играет с 2 ым

3 ий играет с 6-ым

4-ый играет с 5-ым

II тур

1-ый играет с ~~5 ым~~ 3-им

2 ой играет с 5-ым

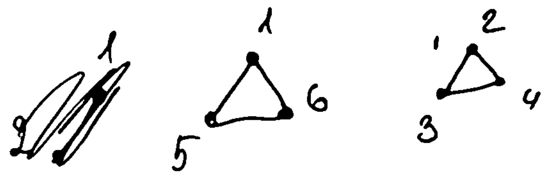
~~3-ий~~ 4-ый играет с 6 ым

III тур

1-ый играет с 4 ым

2-ой играет с 6-ым

3-ий играет с 5-ым



Докажем что 4 ый тур невозможно провести.

1-ый еще не играл только с 5-ым и 6-ым Рассмотрим 2 варианта

1) 1-ый играет с 5-ым Второй не играл еще с 3 им и 4-ым Расмотрим еще 2 подслучая

I) 2-ой играет с 3 им Тогда 4 ый должен играть с 6-ым, но они уже играли Такой случай невозможен

II) 2-ой играет с 4-ым Тогда 3-ий должен играть с 6-ым, но они уже играли Такой случаю невозможен

2) 1-ый играет с 6-ым Второй не играл еще с 3 им и 4-ым Рассмотрим еще 2 подслучая

I) 2-ой играет с 3-им Тогда 4-ый должен играть с 5-ым, но они уже играли Такой случай невозможен

II) 2-ой играет с 4 ым Тогда 3 ий должен играть с 5-ым,

но они уже играли такой случай невозможен.
Мы рассмотрели все варианты и поняли что 4-ый тур провести действительно невозможно
Ответ да +

Задание 3 Пронумеруем строки квадрата сверху вниз от 1 до n и пронумеруем столбцы квадрата 1 до n слева на право
будем по порядку растовлять числа в квадрат $n \times n$ и считать сколько способов у нас было это сделать
Сначало расставим чила в первую (верхнюю) строку квадрата $n \times n$ в ней не образуется ни одного квадрата 2×2 поэтому нас ничего не ограничивает Соовественно в любую из n клеточек вверхней (первой) строки квадрата $n \times n$ можно поставить люб~~ую~~ое число от 1 до 100 это можно сделать 100 способами
Раз в первои (верхнеи) строке n клеток и в каждую из них мы можем поставить число 100 посодами значит всего у нас способов расставить числа в первую строку 100^n способов
Далее проделаем тоже самое с первым (самым левым) столбуом, там нас тоже ничего не ограничивает Но в самую верхнюю клетку в этом столбце мы уже поставили число поэтому осталось поставить числа в n-1 клетку По соображениям аналогичным с замощением первой строки у нас кол-во способов расставить числа в первый столбец (без уже занятой верхней клетки) 100^{n-1} способов
Далее начиная с самого верхнего левого квадрата 2×2 И дозаполняя его будем ~~передвигать ква~~дозаполнять квадрат 2×2, который смещен от предыдущего на одну клетку вправо В случае если мы дошли до конца строки (наш квадрат 2×2 находится в n ом и (n-1) ом столбце) мы возвращаемся сново в начало строки (так чтобы наш квадрат 2×2 находился в 1-ом и 2 ом столбцах) и сдвигаемся на одну клетку вниз (в следующую строку) и дозаполняем этот квадрат 2×2 Кажется каждый раз когда мы дозаполняем

новый квадрат 2×2 ~~мы~~ нам на самом деле остается заполнить только нижнюю правую клетку этого квадрата Потому что левая верхняя и правая верхняя (две верхние клетки квадрата 2×2 уже были заполнены когда мы заполняли квадраты 2×2 клеткой выше (в предыдущей строке) либо же это первая строка которую мы уже заполнили в начале А левая нижняя клетка этого квадрата 2×2 уже была заполнена когда мы заполняли квадрат ~~в эт~~ 2×2 в этой же строке но на клетку (столбец) левее, либо левая нижняя клетка этого квадрата находится в первом столбце который мы заполнили ранее +

~~Кажется что~~ каждый раз мы могли заполнить оставшуюся клетку квадрата 2×2 так как если сумма других трех чисел в этом квадрате 2×2 дает ~~при~~ от деления на 4

- остаток 1 мы можем подобрать число которое при делении на 4 дает остаток 4 1 = 3 (например число 3) +
- остаток 2, мы можем подобрать число которое при делении на 4 дает остаток 4 - 2 = 2 (например число 6) +
- остаток 3, мы можем подобрать число которое при делении на 4 дает остаток 4 - 3 = 1 (например число ~~0~~ 1) +
- остаток ~~4~~0 мы можем подобрать число которое при делении на 4 дает остаток $4 - 0 = 4 \equiv_4 0$ (например число 8)

~~Кажется среди чисел от 1 до 100~~, Раз всего различных остатков от деления ~~су~~ на 4 существует 4 (0 1 2 и 3) то ~~каждое~~ ~~чис~~ каждый остаток среди чисел от 1 до 100 встречается $\frac{100}{4} = 25$ раз Соответственно каждый раз мы могли поставить число в правую нижнюю клетку заполняемого квадрата 2×2 25-ю способами

Всего в квадрате $n \times n$ n^2 клеток В первой строке и в первом столбце суммарно $n + (n-1) \overset{+}{=} 2n - 1$ клеток Соответственно после мы заполнили ~~9~~ $n^2 - 2n\cancel{X} - 1 = n^2 - 2n\,1 - 1^2 = (n-1)^2$ клеток каждую заполняя 25-ю способами То есть всего способов расставить числа в весь квадрат у нас было

$\frac{100^n}{\text{1 ая строчка}}$ $\frac{100^{n-1}}{\text{1 и 3 т д у}}$ $\frac{25^{(n-1)^2}}{\text{все остальное}} = 25^n \cdot 4^n \cdot 25^{n-1} \cdot 4^{n-1} \cdot 25^{(n-1)^2} =$

$= (5^2)^n (2^2)^n (5^2)^{n-1} (2^2)^{n-1} \cancel{2}(5^2)^{(n-1)^2} = (5^2)^{(n-1)^2+2n-1} (2^2)^{2n-1} =$

$= 5^{2(n-1)^2+4n-2} \cdot 2^{4n-2}$ способо~~...~~в

Отдельно стоит рассмотреть квадрат 1×1, так как в нем нет ни одного квадрата 2×2. Мы можем поставить в него любое из 100 чисел, то есть у нас 100 способов. В данном случае у нас $n=1$, подставим в ответ

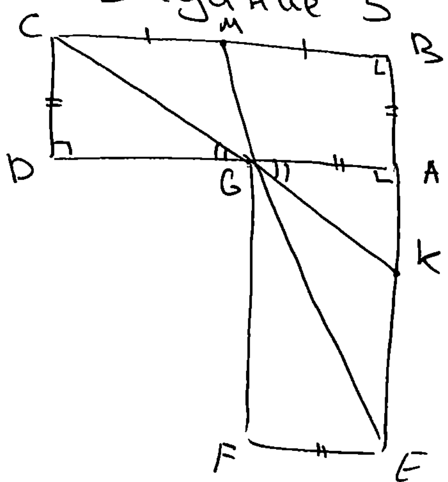
$5^{2(1-1)^2+4\cdot1-2} \cdot 2^{4\cdot1-2} = 5^{4-2} \cdot 2^{4-2} = 5^2 \cdot 2^2 = 25\cdot4 = 100$ способов

$100 = 100$ +

~~Ответ~~ Найденное нами выражение и правда является кол-вом способов расставить в клетки квадрата $n\times n$ числа от 1 до 100, так чтобы в каждом квадрате 2×2 сумма чисел делилась на 4. Так как все условия выполняются, все варианты посчитаны и ни одна расстановка не посчитана дважды.

Ответ: $100^n \cdot 100^{n-1} \cdot 25^{(n-1)^2} = 5^{2(n-1)^2+4n-2} \cdot 2^{4n-2}$ способов

Задание 5



пусть $CD = AB = AG = EF = x$, пусть $AK = z$

$CB = DA = AE = GF = 2y$

Тогда $CM = MB = y$

$DG = 2y - x$

1) ~~$\angle AGK = \angle CGD$~~ $\angle GAK = \angle CDG$ $\quad \angle CGD = \angle AGK$

$\angle AKG = 180 - \angle GAK - \angle AGK = 180 - \angle CDG - \angle CGD = \angle DCG$

2) $\left.\begin{array}{l}\angle GAK = \angle CDG \\ \angle CGD = \angle AGK \\ \angle AKG = \angle DCG\end{array}\right\}$ $\triangle AKG$ и $\triangle CDG$ подобные

$\Downarrow$

$\cancel{\frac{CD}{AK}}$ $\frac{AK}{CD} = \frac{AG}{DG}$

3) $\frac{AK}{CD} = \frac{z}{x}$ $\quad \frac{AG}{DG} = \frac{x}{2y-x}$

$\frac{z}{x} = \frac{x}{2y-x} \Rightarrow z = \frac{x^2}{2y-x}$

Существенных продвижений нет