



3101115434149

## Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Л И Т В И Н О В С К А Я

Имя Я Н А

Отчество Е В Г Е Н Ь Е В Н А

Дата рождения 09 03 2007

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 115

Телефон 89822312563

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101115434149

## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история  
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык  
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия П Е Р М Ь

## Заполняется организаторами

Количество доп. листов \_\_\_\_\_ Количество черновиков к проверке \_\_\_\_\_

Время выхода с \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_

## Протокол проверки

Заполняется жюри

| Номер задания      | 1  | 2 | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--------------------|----|---|----|---|---|---|---|---|---|----|
| Балл члена жюри №1 | 12 | — | 20 | — | — |   |   |   |   |    |
| Балл члена жюри №2 | 12 | — | 20 | — | — |   |   |   |   |    |

Итоговый балл 32

Подпись  
члена жюри №1

Подпись  
члена жюри №2

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



①

$\overline{abc}$  такое что

$$c \equiv_{10}^{(1)} (a+b+c), \quad b \equiv_{10}^{(2)} (ab+bc+ac), \quad a \equiv_{10}^{(3)} abc$$

из усл (1) заметим, что  $a+b \equiv_{10} 0$  тогда  $a+b=10$  ( $a=10$   $b$ )

$$b \equiv_{10} (ab+bc+ac) = (10-b)b+bc+(10-b)c = 10b-b^2+bc+10c-bc = 10b+10c-b^2$$

$$b \equiv_{10} 10b+10c-b^2 \Leftrightarrow b \equiv_{10} b^2 \quad \text{Проверим цифры от 1 до 9 (0 не проверим тк тогда a=10x)}$$

| $b$ | $b^2/10 - (b^2/10)$ |
|-----|---------------------|
| 1   | 1                   |
| 2   | 4                   |
| 3   | 9                   |
| 4   | 6                   |
| 5   | 5                   |
| 6   | 4                   |
| 7   | 9                   |
| 8   | 6                   |
| 9   | 1                   |

по усл (2) подходит  $b=5$  и  $b=9$

Тогда  $a=5$  или  $a=1$

$$a \equiv_{10} abc = a(10-a)c = 10ac - a^2c \Leftrightarrow a \equiv_{10} -a^2c \quad \text{Значит что } a=5 \text{ или } a=1 \text{ проверим возможные } c$$

При  $a=1$

| $c$ | $a^2c/10 - (a^2c/10)$ |
|-----|-----------------------|
| 0   | 0                     |
| 1   | 1                     |
| 2   | 2                     |
| 3   | 3                     |
| 4   | 4                     |
| 5   | 5                     |
| 6   | 6                     |
| 7   | 7                     |
| 8   | 8                     |
| 9   | 9                     |

При  $a=5$

| $c$ | $a^2c/10$ | $-a^2c/10$ |
|-----|-----------|------------|
| 1   | 5         | 5          |
| 2   | 0         | 0          |
| 3   | 5         | 5          |
| 4   | 0         | 0          |
| 5   | 5         | 5          |
| 6   | 0         | 0          |
| 7   | 5         | 5          |
| 8   | 0         | 0          |
| 9   | 5         | 5          |
| 10  | 0         | 0          |

Тогда при  $a=1, b=9, c=9$ , а при  $a=5, b=5, c=\{3, 5, 7, 9\}$

~~Тогда все такие числа это перестановки всех этих прок~~

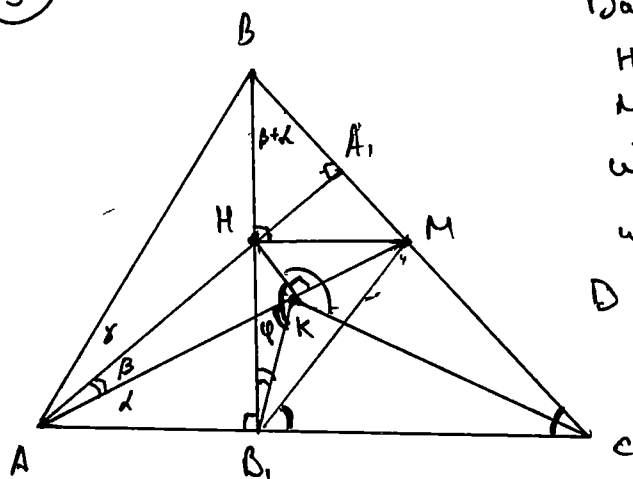
Тогда все такие числа

199 551, 553, 555, 557, 559

Не доказано, что других вариантов нет (а они есть)



3



Дано  $AA_1, BB_1$  - высоты

$H = AA_1 \cap BB_1$

$M$  - сер  $BC$

$\omega(O, R)$  - опис около  $\triangle HAM$

$\omega \cap AH = K$

Дать НК биссек  $\angle B_1KC$

1) Надо доказать что НК биссек  $\angle B_1KC$  тогда докажем что  $\angle HKB = \angle HKC$

2)  $\triangle HAM$  впис и прямоугол тогда  $HM$  диаметр  $\omega$

$\angle HKM$  опир на диаметр тогда  $\angle AKH = \angle HKM = 90^\circ$

$BB_1$  - кас к  $\omega$ ,  $HM$  диаметр (проходит через центр), тогда  $BB_1 \perp HM$

3) В  $\triangle HKB$ ,  $\angle B = \angle K - 90^\circ$ , тогда  $\triangle HKB$  - впис

$\angle HAK = \angle HB_1K = \beta$   $\angle ABK = 90^\circ + \beta$

4)  $\angle KMC$  - внешний для  $\triangle ABM$   $\angle KMC = \angle BAM + \angle ABM =$   
 $= \cancel{\gamma} + \beta + 90^\circ - \cancel{\gamma} - \beta - \cancel{\alpha} + \beta + \alpha = 90^\circ + \beta$

5)  $\triangle AMC \sim \triangle ABK$  по двум углам ( $\angle A$  - общий  $\angle AB_1K = \angle AMC$ ), тогда  $\angle KB_1A = \angle ACM = \varphi$

6) проведем  $BH$  в  $\triangle B_1BC$ ,  $\angle B = 90^\circ$  и  $M$  - сер  $BC$  тогда  $MB_1 = \frac{1}{2} BC = MC$   $\angle MBS = \angle MCB = \varphi$

7)  $\angle KB_1C$  - внешний для  $\triangle B_1KM$  тогда  $\angle B_1KM = 180^\circ - \varphi = 180^\circ - \angle B_1CM$  тогда  $B_1KM$  - впис, тогда  $\angle MBS = \angle MKC = \varphi$

8)  $\angle HKB = \angle HKC$  из (2) и  $\angle MB_1C = \angle MKC$ , тогда  $\angle AKH = \angle HKC$ , значит НК - биссектриса  $\angle B_1KC$



## Бланк ответов

② Нет

