



3101504494504

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия А Н И С И М О В

Имя Ю Р И Й

Отчество К О Н С Т А Н Т И Н О В И Ч

Дата рождения 2 0 0 1 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И - 5 2 1

Телефон 8 9 9 3 5 9 7 7 0 1 7

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101504494504

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Екатеринбург

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	45	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	0					

Итоговый балл 25

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1 Наше число $\overline{abc}$, обозначим остаток при делении % 10 на 10. Тогда $c = (a+b+c) \% 10$, значит $a+b \% 10 = 0$, так $a \leq 9$ и $b \leq 9$, значит $a+b=10$

Рассмотрим варианты

Такого не бывает

- $\overline{91c}$ $9 = 9c \% 10$ и $(9+10c) \% 10 = 1$
- $\overline{82c}$ $8 = 16c \% 10$ и $(16+10c) \% 10 = 2$ $\emptyset$
- $\overline{73c}$ $7 = 21c \% 10$ и $(21+10c) \% 10 = 3$ $\emptyset$
- $\overline{64c}$ $6 = 24c \% 10$ и $(24+10c) \% 10 = 4 \Rightarrow c \in \{4, 9\}$
- $\overline{55c}$ $5 = 25c \% 10$ и $(25+10c) \% 10 = 5 \Rightarrow c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- $\overline{46c}$ $4 = 24c \% 10$ и $(24+10c) \% 10 = 6$ $\emptyset$
- $\overline{37c}$ $3 = 21c \% 10$ и $(21+10c) \% 10 = 7$ $\emptyset$
- $\overline{28c}$ $2 = 16c \% 10$ и $(16+10c) \% 10 = 8$ $\emptyset$
- $\overline{19c}$ $1 = 9c \% 10$ и $(9+10c) \% 10 = 9$ $c=9$

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

№4 $2^{x+y} z = 2^{x+y} (x+y+z)$
 $2^{x+y-x-y+1} \frac{1}{2} z = x+y+z$ (можем разделить, так $2^{x+y} \neq 0$)
 $2^{(x-1)(y-1)} \frac{1}{2} z = x+y+z$

Заметим, что $x \neq 1$ и $y \neq 1$, так в этом случае либо $\frac{1}{2} z = x+z$, либо $\frac{1}{2} z = y+z$, а так мы работаем в поле натуральных чисел, такой вариант невозможен. Функция $f(x,y) = 2^{(x-1)(y-1)}$ растет намного быстрее, нежели $(x+y)$ (степенная и линейная функции).

То мы можем перебрать малые значения (x,y)

x	y	
2	2	$z = 4 + z$ $\emptyset$
2	3	$2z = 5 + z \Rightarrow z = 5$
2	4	$4z = 6 + z \Rightarrow z = 2$
2	5	$8z = 7 + z \Rightarrow z = 1$
2	6	$16z = 8 + z \Rightarrow \emptyset$

x	y	
3	3	$8z = 6 + z \Rightarrow \emptyset$
3	4	$16z = 7 + z \Rightarrow \emptyset$

при $x \geq 3$ и $y \geq 3$

$$z = \frac{x+y}{2^{xy-x-y}}$$

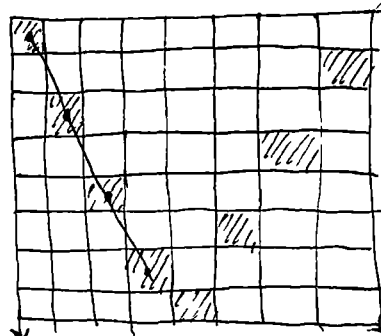
нельзя так оценивать
 $z \leq \frac{3+3}{2^{3 \cdot 3 - 3 - 3}} = \frac{6}{7}$

Но так $z \in \mathbb{N}$, то при $x \geq 3$ $y \geq 3$ решений нет
 Заметим, что если поменять ~~места~~ ^{места} x и y местами, то ничего не изменится, значит ~~решения~~ ^{решения} как (x, y, z) , так и (y, x, z)

±

Ответ $(2, 3, 5), (3, 2, 5), (2, 4, 2), (4, 2, 2), (2, 5, 1), (5, 2, 1)$

5 Рассмотрим пример шахматной доски 8×8

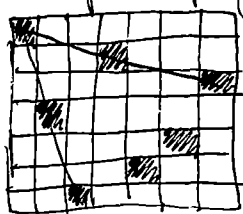


→ Коневая раскраска, т.е. когда мы красим следующую клетку мы сдвигаемся на 2 столбца и 2 клетки вверх/вниз, таким образом все горизонтали и вертикали будут содержать ровно 1 квадрат

Данный пример не подходит из-за того, что ~~и~~ ^и ~~клетка~~ ^{клетки} оказались на 1 прямой

Тогда мы идем с шагом не $(1, 2)$, а $(1, \lceil \frac{n}{3} \rceil)$, чтобы на линии было не больше трех квадратов, также горизонтали и вертикали будут содержать ровно 1 квадрат

Например для $n=7$ $(1, 3)$



Никакие 4 кв не лежат на 1 прямой

Почему не будет прямых

Используя этот алгоритм можно построить для

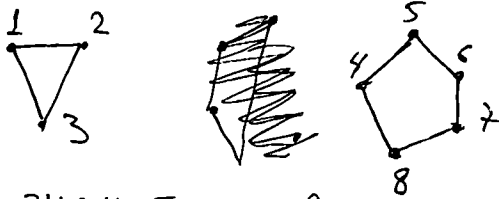
другого вида?

квадрата $n \times n$, значит $n \geq 8$

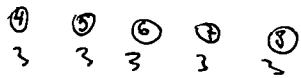
2 Рассмотрим соперников для каждого человека.

Граф, где вершины — участники, а ~~ребра~~ ^{ребра} — возможные разбиения по парам на 6 тур. Тогда из каждой вершины следуют два ребра (т.к. у каждого человека осталось $7-5=2$ человека, с которыми тот не играл). Тогда можно задан граф разбить на 2 связности с нечетным кол-вом вершин, чтобы 6 тур не проиграл

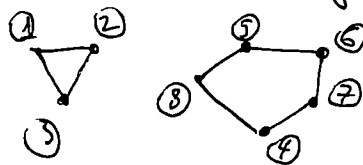
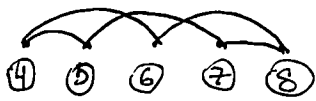
Пример такого графа



это значит, что $\{1, 2, 3\}$ связны с $\{4, 5, 6, 7, 8\}$

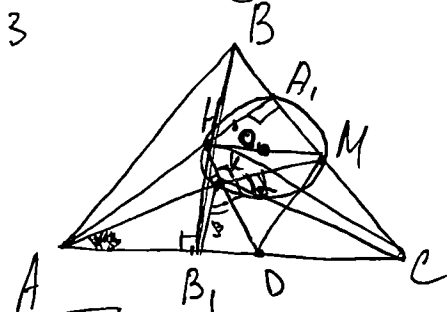


Теперь будем соединять нижних (4, 5, 6, 7, 8) кто с кем изран до этого



Почему можно провести 5 туров, чтобы научиться такой граф?

Ответ да, может



Заметим, что окружность описана около $\triangle AMH$, а он является прямоугольником ($\angle HAM = 90^\circ$).
Значит центр окружности O лежит на половине HM , $AMKH$ - вписанный, значит $\angle MKH = 90^\circ$
 $\angle MKD = 180 - \angle MKH = 90^\circ$ (как вертикальные)

Теперь мы свели задачу к $\angle B, \angle D = 90 - \angle CKM$
Обозначим $\angle CKM = \alpha$, $\angle KB_1D = \beta$ D - продолжение HK на B, C
 $\angle AKB_1 = 90 - \beta$
 $\angle KAB_1 = \beta$

Теперь рассмотрим $\triangle HB_1D$ и $\triangle HBC$

~~мы знаем, что $\angle B_1DK = \angle B_1DC$~~

~~Значит $S_{HB_1D} = S_{HDC}$~~

$$\frac{HB_1 \cdot B_1D}{2} = \frac{HB_1 \cdot DC}{2}$$

$B_1D = DC$

с другой стороны

$$\frac{HB_1}{HC} = \cos \angle CHB_1$$

$$B_1D = DC \cos \angle CHB_1 \Rightarrow HB_1 \cdot B_1D = HC \cdot CD$$

по $\triangle OBC$ - е (о пропорциях отрезков)

HD - бис в $\triangle B_1HC$, значит и в $\triangle B_1KC$

не значит

