



1302252506618

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия В И Н О Г Р А Д О В

Имя С Е М Е Н

Отчество С Е Р Г Е Е В И Ч

Дата рождения 2 8 0 7 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 5 3 2

Телефон 8 9 2 2 1 9 2 1 7 7 4

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история
☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**
Время выхода с 17:15 до 17:17

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	10	05	40							
Балл члена жюри №2	10	05	40							

Итоговый балл 055

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

~ 1

Заметим что можно посчитать сумму расстояний с 1 до $n=8192$ до всех остановок слева от точки (т.е. для всех $i \in \overline{1 \dots (n)}$ сумму расстояний до остановок с номером меньше i), потом её умножить на 2 (в силу симметрии) и добавить сумму для начальной точки. Заметим, что сумма для точки $i+1$ вычисляется по формуле $\frac{i \cdot (i+1)}{2} \cdot 3$, т.к. это $\sum_{j=1}^i 3j$. ? для точки $3i+2$, это

$i + \frac{i(i+1)}{2} \cdot 3$, и $3i+3 = \frac{i(i+1)}{2} \cdot 3 + 2i$, из аналогичных соображений. Тогда сумма для точек $3i+1, 3i+2, 3i+3$ равна $\frac{i(i+1)}{2} \cdot 9 + 3i$, тогда

ответ равен $\left(\sum_{i=0}^{\frac{k-1}{3}} \frac{i(i+1)}{2} \cdot 9 + 3i \right) + \frac{k(k-1)}{2} \cdot 3 + k$, где k — количество остановок $\left(\frac{n-1}{3} \right)$.

Заметим, что $\sum_{i=0}^{\frac{k-1}{3}} \frac{i(i+1)}{2} \cdot 9 + 3i = \sum_{i=0}^{\frac{k-1}{3}} i^2 \cdot \frac{9}{2} + 3i \left(1 + \frac{3}{2} \right) =$

$$= \frac{9}{2} \cdot \frac{(k+1) \cdot k \cdot (2k+1)}{6} + \frac{15}{2} \cdot \frac{(k+1) \cdot k}{2} = \frac{15}{4} k(k+1) + \frac{3}{4} k(k+1)(2k+1) =$$

$$= \frac{3}{4} k(k+1)(5+2k+1) = \frac{3}{4} k(k+1)(2k+6), \text{ Тогда ответ равен:}$$

$$\left\{ \frac{3}{4} k(k+1)(2k+6) + \frac{k(k-1)}{2} \cdot 3 + k \right\} + \frac{k(k-1)}{2} \cdot 3 + k, \text{ где } k = \frac{8192-2}{3} = 2730$$

~~и не нужно добавлять~~ Ну... посчитать это нетрудно

№3

Заметим, что ~~для~~ для заданного $n \in \mathbb{N}$
 $\forall k \in \mathbb{N} \quad f_k(n) \vee f(n) = \varphi(n)$, что очевидно из индукции.

Заметим, что для $n > 1$ $\varphi(n) > 0$ (есть хотя бы одно взаимнопростое (1, k примеру)), значит при $n > 1 \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad f_k(n) > 0 \Rightarrow f^*(n) = \text{---}$
 $\vee$ определена на множестве: $\{1\}$. Ну... условие некорректно. То, что нужно доказать неверно $f^*(n) = 1$ (т.к. $n=1$), следовательно при $X=1 \quad \nexists n \in \mathbb{N} : f^*(n) > X$. " " "

№2

Заметим что если у нас ~~есть~~ задан i_{first} , то вариантов набрать первые i_{first} элементов равно $C_n^{i_{\text{first}}}$, после этого элемент на позиции i_{second} - максимум из оставшихся элементов. Тогда вариантов ~~расстановок~~ расстановок (все ост. элем. могут быть в двух местах $(i_{\text{first}}; i_{\text{second}})$ или $(i_{\text{second}}; n]$, тогда всего $2^{n-1-i_{\text{first}}}$? ; т.е. итого в сумме

$$\sum_{i=1}^{n-1} 2^{n-1-i} \cdot C_n^i = \text{---}$$

$$\sum_{i=0}^n 2^i \cdot C_n^i = (1+2)^n = 3^n \quad (\text{Биномиальная теорема})$$

$$\sum_{i=0}^n 2^{n-i} \cdot C_n^i = \text{---} = 2^n \cdot C_n^0 + 2^{n-1} \cdot C_n^1 + \dots + 2^0 \cdot C_n^n = 2^n \cdot C_n^0 + 2^{n-1} \cdot C_n^1 + \dots + 2^0 \cdot C_n^n$$

(в силу симметрии $C_n^k = C_n^{n-k}$)

Ответ: $X = \frac{3^n - 2^n - 1}{2}$

Бланк ответов

Бланк ответов

