ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302529505989

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия СИСЬМЕКОВА

Имя ЗЛАТА

Отчество АРТЕМОВНА

Дата рождения 06 12 2011

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 325

Телефон 79022563822

Дата 03 02 2025 **Подпись** СА

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302529505989

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	25	00							
Балл члена жюри №2	25	25	00							

Итоговый балл 050

Подпись члена жюри №1 Б

Подпись члена жюри №2 Б.

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

Заметим что если Данил и Саша встретились, то до этого момента они сделали одинаковое кол-во перемещений к центральному столбцу. знацит раз они встретились то они находятся в центральном столбце. Так же они сделали одинаковое кол-во перемещений к центральной строке, знацит раз они встретились, они находятся в центральной строке. Раз Данил и Саша находятся в центрально строке и в центральном столбце, то они находятся в центральной клетке доски.

Также заметим что в случае если n-четное ~~центральной~~ доска ~~про~~ делиться поровну на две половины поэтому центральной строки и центрального столбца, а соответственно и центральной клетки доски не существует. Соответственно встретиться они не могут. По этой причине рассмотрим 2 варианта:

1) n - четное

Раз n - четное Данил и Саша встретиться не могут. Знацит нам надо просто посчитать кол-во способов мальчика добраться до дома другого мальчика. Всего мальчику надо (n-1) раз сместиться по вертикали (Данилу вверх, Саше вниз) и (n-1) раз сместиться по горизонтали (Данилу вправо, Саше влево) То есть всего надо переместиться $n-1+(n-1) = n-1+n-1 = 2n-2$ раза. Пронумеруем действия которые надо сделать мальчику от 1 до 2n-2. Нам надо выбрать из 2n-2 номеров n-1 номер под которыми будет действие переместиться по вертикали, это сделать ~~то есть~~ $C_{2n-2}^{n-1} = \frac{(2n-2)!}{(2n-2-(n-1))!} = \frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!}$ - это и есть кол-во способов добраться до домов друг друга и не испортить сюрприз в случае если n - четное.

2) n - нечетное:

Из случая ~~это~~ где n-четное нам уже известно, что всего кол-во способов просто дойти до домов друг друга у мальчиков $\frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!}$, но когда n-нечетное, существует центральная клетка в которой они могут встретиться. Поэтому нам не подходят все ~~способы~~ пути, которые проходят через центральную клетку, а все остальные подходят. Посчитаем их и вычтем их кол-во из общего кол-ва способов, тогда получим кол-во способо мальчика дойти до дома другого мальчика и не испортить сюрприз.

Пусть $n=2k+1$, тогда $k=0,5(n-1)$, тогда центральная клетка будет пересечение $(k+1)$-ой строки и $(k+1)$-ого столбца. Для того чтобы посчитать кол-во не подходящих путей (проходящих через центральную клетку), посчитаем кол-во способов от дома мальчика добраться до центральной клетки, потом кол-во способов из центральной клетки добраться к дому другого мальчика, и перемножим, таким образом ~~для~~ будет рассмотрено для каждого ~~от~~ пути до центр. клетки, каждый путь из центр. клетки в продолжении, то есть мы посчитаем все ~~способы~~ ~~добраться до дома дру~~ неподходящие пути.

Заметим что для того чтобы добраться до центр. клетки мальчику на сделать k перемещений по вертикали, и k перемещений по горизонтали. То есть всего сделать $k+k=2k$ перемещений. Пронумеруем действия которые необходимо сделать мальчику от 1 до $2k$. Нам надо из $2k$ номеров выбрать k номеров под которыми будет действие - перемещение по вертикали, это сделать $C_{2k}^{k}=\frac{(2k)!}{(2k-k)!\,k!}=\frac{(2k)!}{k!\cdot k!}=\frac{(2(0,5(n-1)))!}{(0,5(n-1))!(0,5(n-1))!}=$ $=\frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!}$, ($(0,5n-0,5)$ - будет целым числом, т.к. у $0,5n$ ~~будет~~ будет только 5 после запятой, т.к. n-нечетное число)

Заметим что это кол-во способов одного мальчика добраться до цент. клетки, а также это кол-во способов второго мальчика из своего дома добраться до центр. клетки (просто ~~от~~ отзеркалив все ходы), значит это кол-во способов первого мальчика добраться из центр. клетки до дома второго мальчика, так как надо пройти тот же самый маршрут (просто отзеркалив все ходы обратно), то есть кол-во способов из центральной клетки добраться до дома второго мальчика тоже равно $\frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!}$

Значит кол.во неподходящих путей равно:

$$\frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!}$$

Значит кол-во подходящих путей равно:

$$\frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!} - \frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!}$$

Ответ: если n - четное, то кол-во способов добраться до домов друг друга и не испортить сюрприз равно $\frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!}$; если n - нечетно, то кол-во способов добраться до домов друг друга и не испортить сюрприз равно $\frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!} - \frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(0,5n-0,5)!(0,5n-0,5)!}$

25.

Задание 2

Заметим что простое число 3, Саша считает ~~прос~~ не простым, так как единственное на самом деле и по мнению Саши простое число это 2. А ~~$2^2 > 3$~~ $2^2 < 3$ - это ложь.

Также заметим что все остальные простые на самом деле числа, Саша тоже считает простыми, так как они больше чем $2^2=4$ (следующее после 3 простое число 5, а $5>4$) и не на что не делятся.

Заметим что любое число которое ~~по мне~~ является произведением простого по мнению Саши числа p и числа большего чем это простое, Саша не считает простым потому что оно больше чем p^2 и делиться на p.

~~Любое ч~~ Произведение любого числа на ~~произ~~ число не простое по мнению Саши, помимо тройки, также не является у Саши простым, так как делиться на какое-то число, которое само по себе не простое.

Также произведение простого по мнению Саши p и

Меньшего его простого по мнению Саши p_2, не является простым по мнению Саши, так как оно больше чем p_2^2 и делиться на p_2

Также заметим что Саша считает что квадрат простого на самом деле числа ~~но его мнению числа и уже не являющегося квадратом другого по его мнению простого числа он считает~~ - простое число. Это все проблемы в ~~мнении~~ числа которые Саша считает простыми, вызванные тем что у Саши обязательное условие $p^2 < N$. Дальше рассмотрим проблемы вызванные тем что Саша не считает 3 - простым числом:

~~Саша считает что по его мнении Числа которые являются произведением тройки и числа которое Саша считает простым p_3, кроме прос квадратов на самом деле простых чисел, помимо 9. простым числом, так как оно меньше чем p_3^2 и~~

Числа, которые являются произведением ~~на число~~ тройки и по настоящему простого числа p_3, Саша считает простыми, так как оно меньше чем p_3^2 и поэтому его делимость на p_3 не проверяется и 3 не считается простым числом, поэтому делимость на него тоже не проверяется. Так же Саша считает простым число 27. Такое число-исключение только одно. Оно вызвано тем что по мнению Саши 3 - не простое число. ~~Больше не. В других~~ [illegible] В других ~~не~~ ошибках Сашиного мнения числа-исключения не возникают.

То есть разницу между кол-во простых по мнению Саши меньших 10000 чисел и по-настоящему простых меньших 10000 чисел составляет одно число 3, кол-во квадратов меньших 10000 по-настоящему простых чисел и кол-во ~~на~~ чисел меньших 10000 являющихся произведением по-настоящему простого и числа 3.

Посчитаем кол-во чисел меньших 10000, являющихся квадратом простого числа. Для этого число квадратом которого является искомое число должно быть меньше $\sqrt{10000} = 100$. Простых чисел меньших 100, 25 штук. Это:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, ~~91~~ 97

Посчитаем кол-во чисел меньших 10000 и являющихся произведением числа 3 и простого числа. Для этого простое число должно быть не ~~меньше~~ больше 10000:3 ≈ 3333

~~Итого~~ Нам надо посчитать кол-во простых меньших 3333, пусть их кол-во = k

Ответ: $k+25-1 \cancel{\times} k+1 = k+25$

Ведь если чисел $p^2<3$ нет, то можно ~~выполнить~~ считать что N/p выполняется, ~~раз~~ ведь таких чисел нет и невыполнения данного условия нет

На этом моменте у меня возник вопрос - является ли число 3 на самом деле простым по мнению Саши. ~~В случае~~ Моё решение основано на том что число 3 - не простое по мнению Саши. В случае если число 3 - простое по мнению Саши, то:

Как уже было обнаружено ранее разницу кроме проблем вызваных тем-что число 3 - не простое, составляют только числа являющиеся квадратами простых. Как уже было обнаружено ранее их 25. Соответственно:

Ответ: 25 ✓ ; 35-10 за 2 решения.

Данная не конкретизация в решении вызвана ~~не~~ тем, ~~так~~ что мне не понятно условие, а вопросы на даной олимпиаде задавать нельзя. Поэтому просьба если это возможно не карать за раздвоение решения.

Задание 3

Пояснение:

Пусть $A(N)$ мн-во кастамно-простых чисел, таких что (все = "$\forall$") $\forall a \in A$, $a^2 < N$ и a - кастамно-простое.

N - простое, если $\forall a \in A(N)$, $a \nmid N$.

$N = 3 \Rightarrow A(N) = \{\} \phi$ (тут нет эл-тов)

но $\forall a \in A(N)$, $a \nmid N$. Т.к., нет же x, такого что $x \in A(N)$ и $x \mid N$.

3 - простое в обоих трактовках.