



3101483508329

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К Л И М О В

Имя Д А Н И Л А

Отчество П Е Т Р О В И Ч

Дата рождения 1 1 0 2 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Г У К 4 0 1

Телефон + 7 7 0 5 3 0 1 8 1 1 1

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Климов

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101483508329

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия *ЕКАТЕРИНБУРГ*

Заполняется организаторами

Количество доп. листов — *0* Количество черновиков к проверке — *0*
Время выхода с _____ до _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>	<i>—</i>					
Балл члена жюри №2	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>20</i>	<i>0</i>						

Итоговый балл *60*

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

Заметим, что ~~уже~~ из условия следует

Если не учитывать общности число $= abc$, то

$$\begin{cases} c \equiv a+b+c \pmod{10} \\ b \equiv ab+bc+ca \pmod{10} \\ a \equiv abc \pmod{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \equiv -b \pmod{10} \\ b(1-a) \equiv c(b+a) \pmod{10} \\ a(1-bc) \equiv 0 \pmod{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \equiv -b \pmod{10} \\ b(1+\frac{b}{a}) \equiv 0 \pmod{10} \\ a b(6c+1) \equiv 0 \pmod{10} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b \equiv 5 \\ b+1 \equiv 5 \end{cases}$$

Заметим, что $\begin{cases} a \in \{1, 9\} \cap \mathbb{N} \\ b \in \{0, 9\} \cap \mathbb{N} \\ c \in \{0, 9\} \cap \mathbb{N} \end{cases}$ и если $b \equiv 5$, то $\begin{cases} b=0 \\ b=5, \end{cases}$ а если $b+1 \equiv 5$, то $\begin{cases} b=4 \\ b=9 \end{cases}$

Итого. $\begin{cases} b=0 \Rightarrow a \equiv -b \equiv 0 \pmod{10} \Rightarrow a \in \mathbb{Q} \Rightarrow ? \\ b=5 \Rightarrow a \equiv -b \equiv -5 \equiv 5 \pmod{10} \Rightarrow a=5 \\ b=4 \Rightarrow a \equiv -b \equiv -4 \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow a=6 \\ b=9 \Rightarrow a \equiv -b \equiv -9 \equiv 1 \pmod{10} \Rightarrow a=1 \end{cases}$

Итого $\begin{cases} a=5=b \\ a=6, b=4 \\ a=1, b=9 \\ a \equiv -b \pmod{10} - \text{выполнено для всех пар выше} \\ b(1+b) \equiv 0 \pmod{10} - \text{выполнено для всех пар выше} \\ b(6c+1) \equiv 0 \pmod{10} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=5=b, 5(5c+1) \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow 5c+1 \equiv 0 \pmod{2} \Leftrightarrow c \equiv 1 \pmod{2} \\ a=6, b=4, 4(4c+1) \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow 4c+1 \equiv 0 \pmod{5} \Leftrightarrow c \equiv 1 \pmod{5} \\ a=1, b=9, 9(9c+1) \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow 9c+1 \equiv 0 \pmod{10} \Leftrightarrow c \equiv 9 \pmod{10} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a=b=5, c \in \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ a=b=4, c \in \{1, 3, 5, 7, 9\} \\ a=1, b=9, c=8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 551, 553, 555, 557, 559, 644, 646, 199.$$

И так как все преобразования были равносильны, то это и есть ответ

Задание 2

Да может

Пример

1 раунд

1-8

2-7

3-6

4-5

2 раунд

1-7

2-6

3-5

4-8

3 раунд

1-6

2-5

3-4

7-8

4 раунд

1-5

2-4

3-8

7-6

5 раунд

1-9

2-8

3-7

5-6

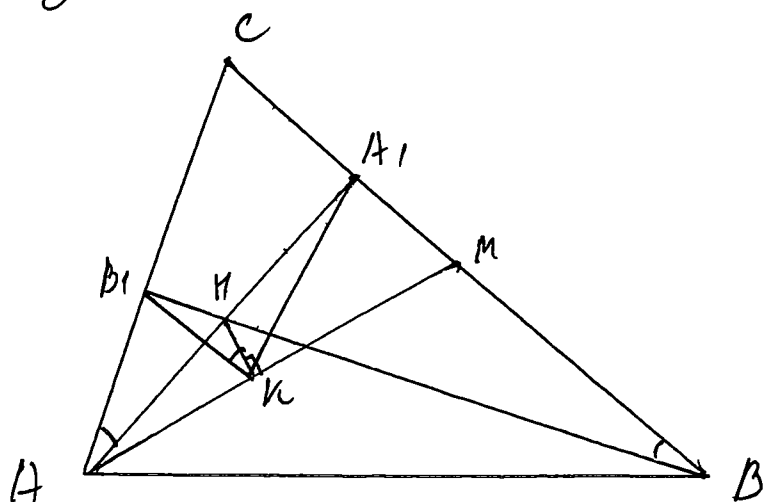
Заметим, что 1ый не сыграл только

с 2 и 3, 2ой с 1 и 3, 3ий с 1 и 2

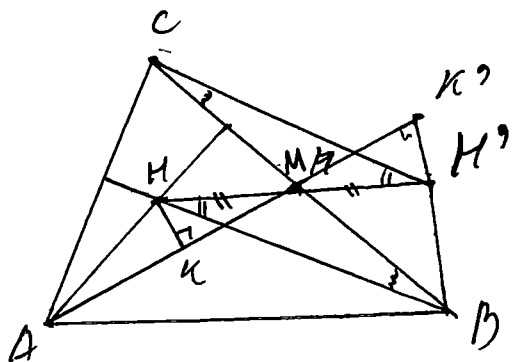
III е если 1ый сыграет со 2ым, 3ему не будет пары, если с 3им, то 2ому

не будет пары

Задача 3



I Заметим, что $\angle AB_1M = \angle A_1KH = 90^\circ \Rightarrow AB_1MK$ вписана
 $\Rightarrow \angle B_1KM = \angle B_1AM = 90^\circ - \angle B_1MH = 90^\circ - \angle A_1NB = \angle CBH$
 $\Rightarrow \angle HKA_1 = \angle B_1KM \Rightarrow \angle HKA_1 = \angle CBH \Rightarrow CHKB$ вписана



II Пусть H' симметрично H по M
 $\Rightarrow \angle H'CA = \angle C + \angle H'CB =$
 $= \angle HBC$ (так как C и B симметричны по M) $\Rightarrow \angle H'CA =$
 $= 90^\circ - \angle C + \angle C = 90^\circ$,
 аналогично $\angle ABH' = 90^\circ \Rightarrow H'$ лежит на $\omega(ABC)$, причем
 H' - диаметр противоположно $A \Rightarrow AH'$ - диаметр $\omega(ABC)$

III Пусть K' - симметрично K относительно M
 $\Rightarrow$ так как $HK \perp AA_1$, $H'K' \perp AM$ (AM симметрично само себе по M)
 $\Rightarrow \angle AK'H' = 90^\circ \Rightarrow K'$ в окружности с диаметром $AH' \Rightarrow$
 $\Rightarrow K' \in \omega(ABC) \Rightarrow CBH'K'$ лежит на 1 окружности

$\Rightarrow$ др симметрич НКС четим на 1 симетричност (В симетрично С по Н) $\Rightarrow$ По пункту 1
 $\angle HKS = \angle CBH = \angle B, AH = \angle B, KH \Rightarrow HK$ бисектриса
 B, KC (чтпд)

~~Задание 11~~



~~Пусть p - простое, делимое x , делимое z~~
 ~~$\Rightarrow$ $2^a \cdot 2^b = 2^c \cdot 2^d \Rightarrow 2^a \cdot 2^b = 2^c \cdot 2^d \Rightarrow 2^a \cdot 2^b = 2^c \cdot 2^d$~~

Пусть $\begin{cases} xy = a \\ x + y = b \end{cases} \Rightarrow 2^a z = 2^b (b + z)$

Пусть $\text{НОД}(b, z) = d \Rightarrow \begin{cases} b = md \\ z = nd \\ \text{НОД}(m, n) = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow 2^a nd = 2^m d (md + nd) \Rightarrow 2^a n = 2^m d (m + n)$

$\Rightarrow m 2^{m+d} = 2^a n - 2^{m+d} n : d \Rightarrow m 2^{m+d} n \neq 0, \text{НО}(m, n) = 1$

$\Rightarrow 2^{m+d} n \Rightarrow n \equiv 1 \pmod{2^t} \Rightarrow (m, 2^t) = 1$

~~$\Rightarrow m 2^{m+d} n (2^a - 2^{m+d}) = 2^t (2^a - 2^{m+d}) \Rightarrow m \nmid 2$~~

если $t \neq 0$

~~$\Rightarrow 2^t (2^a - 2^{m+d}) \cdot m, \text{НО}(m, 2) = 1 \Rightarrow 2^a - 2^{m+d} \equiv 0 \pmod{m} \Rightarrow (m \nmid n \neq 1)$~~

~~$\Rightarrow 2^a = 2^{m+d} \pmod{m}, \text{НО}(2^{m+d}, m) = 1 \Rightarrow a \equiv m+d \pmod{m}$~~

$n = 2^t \Rightarrow 2^a n = 2^m (m + n) \Leftrightarrow 2^{a+t} = 2^m (m + 2^t)$

но левая часть не имеет нечетных делителей, отличных от 1, а правая имеет $m + 2^t$, где $m \neq 1$

$\Rightarrow m + 2^t = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 0 \Rightarrow b \in \mathbb{N} \Rightarrow 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ решений нет



Бланк ответов

