



3101312476532

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия П И Р О Г О В А

Имя А Н А С Т А С И Я

Отчество В Л А Д И М И Р О В Н А

Дата рождения 1 1 0 1 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Г У К 4 0 4

Телефон + 7 9 0 4 4 6 6 0 4 6 4

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101312476532

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	—	—					
Балл члена жюри №2	20	20	—	—	—					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача 1

1) ~~есть~~ Поскольку в каждом условии каждая из цифр a, b, c ~~не~~ не имеет уникальности, то ~~есть~~ от перестановки цифр ответ не ~~изменяется~~ ^{будем считать}, что a — цифра в разряде ~~десятков~~ ^{сотен}, b — цифра в разряде десятков, c — в разряде единиц Тогда искомое число — $\overline{abc}$

$$1) a + b + c \equiv_{10} c \Rightarrow a + b \equiv_{10} 0$$

$a + b \equiv_{10} 0$, но a и b — цифры, $\Rightarrow a \in [1, 9]$ (т.к. a отвечает за разряд сотен, а $\overline{abc}$ — трехзначное, $a \neq 0$) и $b \in [0, 9]$
 $\min(a+b) = 1+0 = 1$ $\max(a+b) = 9+9 = 18, \Rightarrow$ если $a+b \in [1, 18]$ и $a+b \equiv_{10} 0$, то $a+b$ может быть равно только 10
 $a + b = 10$

$$2) ab + bc + ca \equiv_{10} b \Leftrightarrow bc + ac \equiv_{10} b - ab \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c(a+b) \equiv_{10} b - ab$$

при этом $a+b=10 \Rightarrow b - ab \equiv_{10} ab - b \equiv_{10} 10c \equiv_{10} 0$ (т.к. c — ~~натуральное~~ ^{целое}, $10c \equiv_{10} 0$)

$$\Rightarrow b(a-1) \equiv_{10} 0$$

Если $a+b=10$, $a \in [1, 9]$ и $b \in [0, 9]$ и a и $b \in \mathbb{Z}$, существует всего 9 возможных пар чисел

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
b	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Рассмотрим, какие подходят под условие $b(a-1) \equiv_{10} 0$

- 1) $a=1, b=9$ 2) $a=2, b=8$ 3) $a=3, b=7$ 4) $a=4, b=6$ 5) $a=5, b=5$
 $9 \ 0 \ 10$ $8 \ 1 \ 10$ $7 \ 2 \ 10$ $6 \ 3 \ 10$ $5 \ 4 \ 10$
- 6) $a=6, b=4$ 7) $a=7, b=3$ 8) $a=8, b=2$ 9) $a=9, b=1$
 $4 \ 5 \ 10$ $3 \ 6 \ 10$ $2 \ 7 \ 10$ $1 \ 8 \ 10$

Остались 3 пары $(1, 9), (3, 7), (5, 5), (6, 4)$ ✓

$$3) \quad abc \equiv a \pmod{10}$$

$$1 \quad 19c \equiv 1 \pmod{10}$$

$$9c \equiv 1 \pmod{10}$$

$$2 \quad 55c \equiv 5 \pmod{10}$$

$$25c \equiv 5 \pmod{10}$$

$$3 \quad 64c \equiv 6 \pmod{10}$$

$$24c \equiv 6 \pmod{10}$$

Чтобы $9c$ при делении на 10 давало остаток 1, т.е. $9c$ оканчивалось цифрой 1, из натуральных чисел от 0 до 9 c может быть только 9
 $\Rightarrow abc = 199 \quad \checkmark$

$25c \equiv 5 \pmod{10} \Rightarrow$ из натуральных чисел от 0 до 9 c может быть 1, 3, 5, 7, 9
 $\Rightarrow abc = 551, 553, 555, 557, 559 \quad \checkmark$

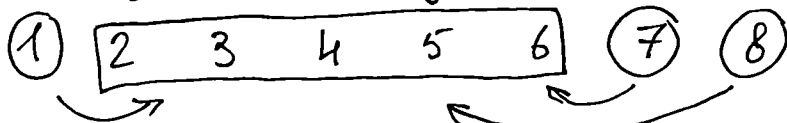
$24c \equiv 6 \pmod{10} \Rightarrow$ из члнх чисел от 0 до 9 c может быть 4, 9
 $\Rightarrow abc = 644 \text{ и } 649 \quad \checkmark$

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

(+)

Задание 2

Пронумируем участников



числами от 1 до 8

Допустим, к участникам 1, 7 и 8 за первые 5 туров сыграли с номерами 2, 3, 4, 5 и 6. Для этого распре-

делить пары в 6 туров можно было, например, таким образом

- 1 тур 1 играет со 2, 7 с 3, 8 с 4, 5 с 6
- 2 тур 1 играет с 3, 7 с 4, 8 с 5, 2 с 6
- 3 тур 1 играет с 4, 7 с 5, 8 с 6, 3 со 2
- 4 тур 1 играет с 5, 7 с 6, 8 со 2, 3 с 4
- 5 тур 1 играет с 6, 7 со 2, 8 с 3, 5 с 4

1, 7 и 8 не играют за 5 туров

Тогда в шестом туре участники 1 может сыграть с 7 и 8, 7ой — с 1 и 8, 8ой — с 1 и 7

(Тогда если одна пара участников в 6 туре играет друг с другом, то

тогда если двое участников из этой тройки играют друг с другом, третий всеуысден играть с кем-то из участников $\neq$ 2-6 — противоречие $\Rightarrow$ провести 6ой тур в таком случае невозможно

Ответ Да, можно

(+)

Линия отреза

Бланк ответов

Линия отреза

Бланк ответов

