



3101051491325

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия В А С И Л Ь Е В

Имя В С Е В О Л О Д

Отчество К О Н С Т А Н Т И Н О В И Ч

Дата рождения 1 6 1 0 2 0 0 9

Город участия У Ф А

Аудитория 6 0 5

Телефон

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101051491325

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия

Уфа

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

0

Количество черновиков к проверке

0

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	—	20	0	0	—					
Балл члена жюри №2	—	20	0	0	—					

Итоговый балл

20

Подпись

члена жюри №1

Подпись

члена жюри №2

Пример

заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

N3

$$a + \frac{a^2}{b} + \frac{a^2}{a+b} = 5$$

Наим $\frac{a+b}{a} - 1$

a, b - положительные числа,
 $a, b > 0$ (*)

Так как a и b - положительные то

$$\Rightarrow a > 0$$

$$\frac{a^2}{b} > 0$$

$$\frac{a^2}{a+b} > 0$$

Значит $a = 5 - \frac{a^2}{b} - \frac{a^2}{a+b}$

и $a < 5$ так как $\frac{a^2}{b} + \frac{a^2}{a+b} > 0$, то $5 - \frac{a^2}{b} + \frac{a^2}{a+b}$

Получаем $0 < a < 5$

Нам надо рассмотреть $a=1, a=2, a=3, a=4$

Также заметим, что $\frac{a^2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{a^2} = 1$ (обратные числа)

То есть если $\frac{a^2}{a+b}$ - число $\Rightarrow \frac{a+b}{a^2}$ - число

1) $a=1$
 $1 + \frac{1}{b} + \frac{1}{b+1} = 5$

$$\frac{b(b+1) + 2b + 1}{b(b+1)} = 5$$

$$b^2 + 3b + 1 = 5b(b+1)$$

$$b^2 + 3b + 1 = 5b^2 + 5b$$

$$-4b^2 - 2b + 1 = 0$$

$$4b^2 + 2b - 1 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$b = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{8}$$

b не целое,
так как b - целое,
то не целое

2)

$$2 + \frac{4}{b} + \frac{4}{b+2} = 5$$

$$\frac{2b(b+2) + 4(b+2) + 4b}{b(b+2)} = 5$$

$$2b(b+2) + 4$$

$$2b^2 + 2b + 2b + 2 + 2b = 5b(b+2)$$

$$2b^2 + 8b + 2 = 5b^2 + 10b$$

$$-3b^2 + 2b + 2 = 0$$

2)

$$2 + \frac{4}{b} + \frac{4}{b+2} = 5$$

$$2b(b+2) + 4b + 4(b+2) = 5b(b+2)$$

$$2b^2 + 12b + 8 = 5b^2 + 10b$$

$$-3b^2 + 2b + 8 = 0$$

$$3b^2 - 2b - 8 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 8 = 4 \cdot 25 = 10^2$$

$$b = \frac{2 \pm 10}{6}$$

$$\begin{cases} b=2 & (*) \text{ ур} \\ b=-\frac{4}{3} & (*) \text{ не ур} \end{cases}$$

$$3) \alpha = 3$$

$$\frac{3b(b+3)}{b(b+3)} + \frac{9}{b} + \frac{9}{b+3} = 5$$

$$\frac{3b(b+3) + 9(b+3) + 9b}{b(b+3)} = 5$$

$$3b^2 + 9b + 9b + 27 + 9b = 5b(b+3)$$

$$3b^2 + 27b + 27 = 5b^2 + 15b$$

$$-2b^2 + 12b + 27 = 0$$

$$2b^2 - 12b - 27 = 0$$

$$D = 144 + 4 \cdot 2 \cdot 27 = 144 + 8 \cdot 27 = 144 + 216 = 360 = 6^2 \cdot 10 = (6\sqrt{10})^2$$

$$b = \frac{12 \pm 6\sqrt{10}}{4} \text{ — не ур, к } b \neq 2$$

$$4) \alpha = 4$$

$$\frac{4b(b+4)}{b(b+4)} + \frac{16}{b} + \frac{16}{b+4} = 5$$

$$\frac{4b(b+4) + 16(b+4) + 16b}{b(b+4)} = 5$$

$$\frac{4b^2 + 16b + 16b + 64 + 16b}{b(b+4)} = 5$$

$$4b^2 + 48b + 64 = 5b(b+4)$$

$$4b^2 + 48b + 64 = 5b^2 + 20b$$

$$-b^2 + 28b + 64 = 0$$

$$b^2 - 28b - 64 = 0$$

$$D = 28^2 + 4 \cdot 64 = 4^2(7^2 + 4^2) = 4^2 \cdot 65$$

$$b = \frac{28 \pm 4\sqrt{65}}{2}, \text{ б — не ур, т.к. } b \neq 2$$

Из полученных пар ур только пара $\begin{cases} \alpha = 2 \\ b = 2 \end{cases}$

Т.к. пара существует, то

$$\frac{a+b}{a^2} = \frac{2+2}{2^2} = \frac{4}{4} = 1$$

Ответ наим значение $\frac{a+b}{a^2} = 1$

Разобраны частные случаи α и b

Бланк ответов

№2

Обозначим эти последовательные числа как $n_1, n_2, n_3, \dots, n_{2025}$

Так как число чисел 2025, то число цифр 1012

Рассмотрим сумму всех этих чисел, она будет считаться по такой

$$\text{о-де} \quad (n_1 + n_{2025}) \cdot 1012 + \frac{n_{2025} + n_1}{2}$$

$\downarrow$ кол-во цифр $\downarrow$ число без запятой

$$\frac{n_{2025} + n_1}{2} (2 \cdot 1012 + 1) = \frac{n_{2025} + n_1}{2} \cdot 2025 = 2025k$$

Так у нас должно быть k раз группа цифр с разностью тройками, др. проверим рассмотрим их сумму

Если число с 3 > 3 числа с 4, или число с 4 > число с 3 цифрами

Тогда их сумма

$$\begin{array}{r} 33333333 \\ 444444 \\ \hline 3837777777 \end{array}$$

их сумма

$$\begin{array}{r} 44444444 \\ 33333333 \\ \hline 77777777 \end{array}$$

Эта сумма должна дел-ся на 2025 $k = 12573 +$

Если число дел нацело на 125, то посл 3 цифра дел на 25

а у нашей суммы нет, это эта сумма не делится

Таким образом 2025-е число не существует

Ответ: Таких 2025 чисел не существует

+

№ 4

Если в турнире $2n$ -шахматистов, то
и n -партий, то
количество партий между собой $(2n)'$ равно

Можно провести 5 раундов, но в не смогли бы

$$(2n)' \leq 6n$$

$$\Rightarrow n = 4$$

про

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \cdot 4$$

$$24 = 24$$

Ответ $n = 4$.

Бланк ответов

✦

