



1302615543387

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г А Г А Ч Е В

Имя Д А Н И С Л А В

Отчество В Л А Д И М И Р О В И Ч

Дата рождения 0 8 0 9 2 0 0 7

Город участия К Е М Е Р О В О

Аудитория 2 0 2

Телефон + 7 9 5 1 3 9 4 2 0 8 1

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302615543387

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия К Е М Е Р О В О

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с 14 14 до 14 17

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	—	0	0					
Балл члена жюри №2	6	20	—	0	0					

Итоговый балл 23

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N4

$$2^{xy} \cdot z = 2^{xy} (x+y+z)$$

$$2^{xy} z = 2^{xy} (x+y+z)$$

$$x, y, z \in \mathbb{N}$$

Если (x, y, z) - решение, то (y, x, z) тоже решение

$$z \equiv x+y+z \Rightarrow x+y \equiv 0 \pmod{2}, \text{ } x \text{ и } y \text{ одной четности}$$

не правдо.

В обеих частях равенства должны быть по крайней мере один и тот же набор простых делителей (по ОТА). $x=2, y=5$, тогда $z=1$

$2^n, n \in \mathbb{N}$ в обеих частях уже есть, значит $(x+y+z)$ в 2^n раз больше z , в силу того, что $x+y+z > z$ или x и z и $x+y+z$ сами являются степенями 2-ки

$x+y+z$ и z должны содержать один и тот же набор простых делителей (по ОТА). Пусть z - нечетное, $x+y+z > z$, тогда

$x+y+z \geq 2z, n \in \mathbb{N}$, но тогда n может быть только 2 (по ОТА), тогда $z \geq 2(x+y)$, но $x+y$ - четное. Противоречие z - четное, но тогда

$$\begin{cases} z = 2^n \\ x+y+z \geq 2z, n, k \in \mathbb{Z} \\ x+y = 2^{k-n} \end{cases}$$

$$\text{или же } xy > x+y \\ (x-1)(y-1) > 1$$

$$2^{xy} \cdot z = 2^{xy} (x+y+z)$$

$$z \geq 2 \text{ нет реш}$$

$$x \geq 7$$

$$xy \geq 2(x+y)$$

$$z \geq 4 \text{ нет реш}$$

$$z \geq 8:$$

$$z \geq 2^{2^{1/2}-1} \quad z \geq 2^{2^{3/2}/(3/2)}$$

$$\text{или же } z \geq 2^{2^{1/2}}$$

$$2^{xy} \cdot z = 2^{xy} (x+y+z)$$

$$2^k + 2^n = 2^z$$

$$n = k = 2^x$$

$$n = k \geq 1 \Rightarrow n \neq k \Rightarrow z = x+y$$

$$n = k = 3$$

$$2^{xy} \cdot z = 2^z \cdot 2^z$$

$$2^{xy} \cdot 2^{z+1}$$

$$2^{2^{1/2}-1}$$

$$z \geq 2^{2^{1/2}}$$

$$z \geq 2^{2^{3/2}/(3/2)}$$

$$x \cdot y = z+1$$

$$\Rightarrow (x-1)(y-1) = 0$$

$$x=1 \text{ или } y=1$$

$$2^x \cdot z \geq 2^{x+1} (1+x+z)$$

$$z \geq 2(1+x+z)$$

$$2 + 2x \leq 2z \Rightarrow z \geq x+1$$

N 1

$$n = \overline{abc}$$

$$n = ?$$

$$a, b, c \in \{0, 1, \dots, 9\}$$

$$a \neq 0$$

$$\begin{cases} c \equiv_{10} a+b+c \Rightarrow a+b \equiv_{10} 0, a+b:10 \\ b \equiv_{10} ab+bc+ca \Leftrightarrow b \equiv_{10} ab+c(a+b) \Rightarrow b \equiv_{10} ab \Rightarrow a \equiv_{10} 1 \\ a \equiv_{10} abc \Rightarrow bc \equiv_{10} 1 \end{cases}$$

Возможные значения a - n к, $a \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, то $a=1$, тогда из условия, что $a+b:10$, $b+1:10$, и $b=9$, тогда из условия, что $bc \equiv_{10} 1$, $9c \equiv_{10} 1$, здесь единственное значение $c=9$.

Проверка для $n=199$: $a+b+c=19$, $c=9$ - ок

$$ab+bc+ac=9+81+9=99, b=9 - \text{ок}$$

$$abc=81, a=1 - \text{ок}$$

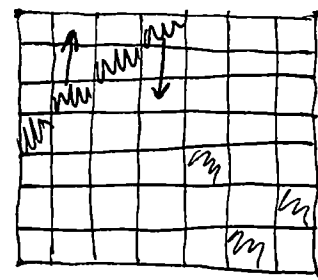
Ответ. $n=199$,

N 5

Найдена не все случаи

Пусть есть расстановка n квадратиков, такая, что выполняется только условие на столбцы и строки. Пример для 7×7

Введем операцию: можно менять местами



ли квадратик только в столбцах (единственным образом). Посчитаем кол-во диагоналей, на кот могут стоять $\square$, их $\frac{4(n-1)}{2} + \frac{2(n-1)}{2} = 3(n-1)$

А кол-во способов поместить 2 $\square$ $\binom{2}{n} = \frac{(n-1)(n-2)}{2} > 2(n-1) + (n-1) \frac{n}{4} \forall n$

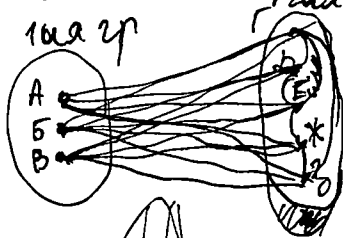
УПД

Алгоритм отсутствует

Не понятно как строить пример для $n \times n$

N2

Разделим участников на группы по 3 и 5 человек и рассмотрим попарно партии между ними.



Пусть из первой группы каждый участник сыграл за 5 туров с каждым из 2-ой группы, а выходя из второй группы по каждому туру сыграл 2 участника между собой покажем, что это возможно!

1-ый тур	A - Г Б - Д В - Е Ж - З	1. A - Г Б - Д В - Е Ж - З
2-ой тур	A - Д Б - Е В - Ж Г - З	2. A - Д Б - Е В - Ж З - Г
3-ий тур	A - Е Б - Ж В - З Г - Д	3. A - Е Б - Ж В - З Г - Д
4-ый тур	A - З Б - Г В - Ж Д - Е	4. A - Ж Б - З В - Г Д - Е
5-ый тур	A - З Б - Г В - Ж Е - Ж	5. A - З Б - Г В - Д Е - Ж

Пример 5-и туров:
АБВГДЕЖЗ - игроки

Получается может случиться такое, что перед 6-ым туром найдется 3 игрока, кот не играли друг с другом, то игроки со всеми остальными, значит у кто-то из них не будет пары в 6-ом туре

ОТВЕТ: Да, может.

