



3101034066261

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия Р О Ж К О В А

Имя П О Л И Н А

Отчество М А К С И М О В Н А

Дата рождения 1 2 0 5 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 5 9

Телефон 8 9 0 2 4 0 9 3 7 0 1

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101034066261

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	3	0	15					
Балл члена жюри №2	0	20	3	0	15					

Итоговый балл 38

Подпись
члена жюри №1

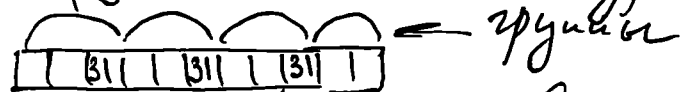
Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N5

Обозначим общее количество дней в году за a ,
 количество месяцев, неравных 28 за n
 количество месяцев, в которых 31 день за x
 Общее количество месяцев равно $n+1$
 Можно заметить, что минимальное число x будет
 равно $\frac{n+1}{3}$, так если разбить весь год на группы
 по 3 месяца, из 3 подряд идущих месяцев и в каждую
 группу на одинаковые позиции поставить месяц с
 31 днем, тогда условие будет выполняться. Если в
 какой-то из групп такого месяца не будет, тогда это
 будет противоречие условию (среди любых трех последо-
 вательных - хотя бы 1 31-дневный). При этом если
 начинать группировать с первого месяца и ставить
 месяц с 31 днем последним в каждой тройке, тогда
 даже если n не все месяцы можно разбить
 на группы длины 3 (в конце останется группа
 меньшей длины), последняя группа тоже не будет
 противоречить условию.



Тогда для любого n

$$\begin{cases} x \geq \lceil \frac{n+1}{3} \rceil \\ x \leq n \end{cases}$$
 на самом деле $x \geq \lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 1$
 ($n+1$ месяцев всего, причем
 если с 28 днем, он не может быть
 длины 31)

Тогда любой год можно представить как

$$a = 28 + 31x + (n-x)30 = 28 + 31x + 30n - 30x = 28 + x + 30n$$

 $a - 28 = 30n + x$, причем x может быть любым в
 диапазоне от $\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor$ до n включительно

Так как необходимо найти случай, при котором
 такое разделение невозможно, можно сказать, что
 необходимо найти такое a , что

$$\begin{cases} a - 28 < \lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n \\ a - 28 > n + 30(n-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < \lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n + 28 \\ a > 31(n-1) + 28, \text{ где} \end{cases}$$

продолжение №5

~~$\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n$ - позволяет проверить все
числа варианты, в которых $(a-28) \neq$ по модулю 30
 $\geq \lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor$ $(\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n$ - минимальный вариант
из всех таких)~~

~~$31(n-1)$ - позволяет~~

где $31(n-1)+28$ максимальное количество дней в
году, в котором $n-1$ месяцев не равны 28, а

$\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n+28$ минимальное количество дней в
году, в котором n месяцев не равны 28

если число a будет невозможно получить
ни тем, ни другим способом, тогда получить его
будет невозможно

~~$31n$~~ $\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n + 28 > a > 31(n-1) + 28$

$\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n + 28 > 31(n-1) + 28 + 1$

$\lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor + 30n > 31n - 31 + 1$

$n - \lfloor \frac{n+1}{3} \rfloor \leq 3 \Rightarrow 3n - n > 960$

$2n > 960 / :2 \quad n > 480$ тогда максимальным
выбором будет 44

Проверим полученное значение

$\lfloor \frac{44+1}{3} \rfloor + 30 \cdot 44 + 28 > a > 31(44-1) + 28$

$\lfloor \frac{45}{3} \rfloor + 1320 + 28 > a > 31 \cdot 43 + 28$

$15 + 1348 > a > 1333 + 28$

$1363 > a > 1361$ так как a - целое, единствен-
ным подходящим вариантом будет 1362

Также проверим, что нельзя взять больше месяцев

$\lfloor \frac{45+1}{3} \rfloor + 30 \cdot 45 + 28 = 15 + 1350 + 28 = 1393$

$31 \cdot 44 = 1364 + 28 = 1392$ В диапазоне $1393 > a > 1392$

нет целых чисел Ответ 1362 дня? $\frac{+}{-}$

Представим все пары шахматистов, которые в данный момент могут сыграть друг с другом, как ребра в неориентированном графе. Каждый раз, когда пара играет вместе, ребро удаляется. Изначально дан полный граф на 6 вершинах. Можно заметить, что ~~все~~ корректные разбиения пар можно составить, если ~~каждый~~ возможно найти какое-то количество простых циклов четной длины так, чтобы ~~ка~~ в них встречались все вершины ровно 1 раз (тогда необходимо будет взять чередующиеся ребра через 1 от каждого цикла в виде качества деления на пары). Если невозможно найти такие циклы, тогда разбить шахматистов на пары невозможно.

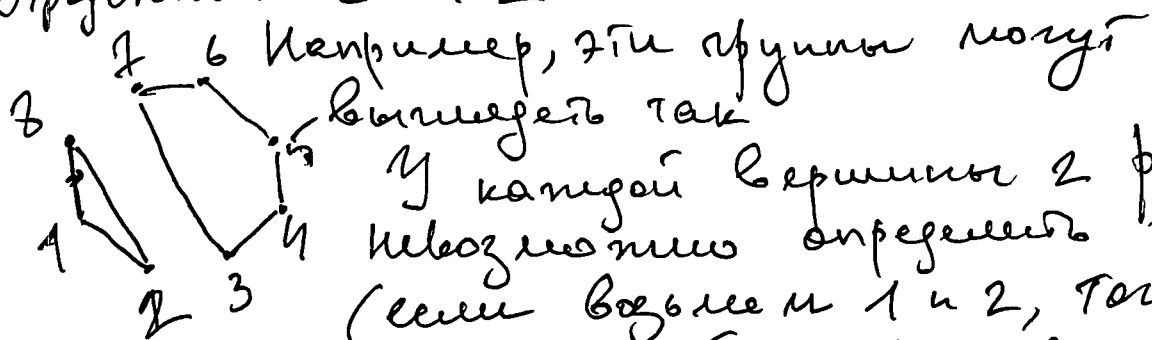
Если ~~кто-то~~ будет делить на нечетный цикл, тогда кто-то будет невыбран, например

Это противоречит условию задачи



Таким образом, чтобы найти необходимый случай, нужно найти такой граф, в котором хоть одна вершина будет делить на нечетном цикле. Так как в условии спрашивается про 6 тур, первые 5 уже прошли, а значит у каждого шахматиста останется по $6 - 1 - 5 = 2$ ребра. Нужно разбить 8 человек на группы размером от 3-х человек так, чтобы хотя бы одна была нечетной (если 2 и меньше, то у каждого участника 1 ребро, а их 2). $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$, значит не более 2-х групп 1 меньше - 3 четное. Тогда варианты 3 и 5, 4 и 4. Подходят группы размерами 3 и 5, т.к. они нечетные.

Продолжение №2



У каждой вершины 2 ребра, и невозможно определить пары. (если возьмем 1 и 2, тогда 3 останется без пары, если 2 и 3, то 1, если 1 и 3, то 2)

Для того, чтобы проверить, возможно ли получить такой граф, составим таблицу уравнений ребер и постепенно будем заполнять ее

	1	2	3	4	5	6	7	8
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

В каждой клетке - номер тура, в котором это ребро уравнивается. В одном туре не может быть одинаковых значений. Каждый игрок играет только 1 раз, значит все значения в каждой строке и столбце уникальны.

Ребра, которые остались в графе, таким образом, не учитываются в таблице

получить необходимо единую ситуацию можно, если выпишем

- в 1 туре 1 и 3, 2 и 4, 5 и 7, 6 и 8
- в 2 туре 1 и 4, 2 и 5, 3 и 6, 7 и 8
- в 3 туре 1 и 5, 2 и 6, 3 и 8, 4 и 7
- в 4 туре 1 и 6, 2 и 7, 3 и 5, 4 и 8
- в 5 туре 1 и 7, 2 и 3, 4 и 6, 5 и 8

Обратите внимание, что номера шахматистов даны произвольно, а предложенные партии, возможно, не являются единственным верным вариантом, это лишь один из примеров, удовлетворяющих условию задачи

+

Ферзь умеет ходить по горизонтали, но вертикали и по двум диагоналям. Также образом, полученное расстояние может быть как разницей одной координаты, так и вычисляться по теореме Пифагора. Также из-за того, что размеры доски ограничены, полученные расстояния находятся в диапазоне от 1 до 7 включительно (всего 7 ~~лучших~~ значений) для ходов параллельных сторонам доски и от $\sqrt{2}$ до $\sqrt{2}$ (всего 7 значений) для ходов по диагонали (при таком ходе ферзь сдвигается на одинаковое расстояние по обеим координатам, тогда расстояние $\sqrt{x^2+x^2} = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$)

Так как первые 7 значений лучше, а последние 7 - иррациональные, то они не повторяются. Получается, теоретически возможно закрашивать 7+7 ходов и закрасить 1+7+7 = 15 клеток (включая начальную)

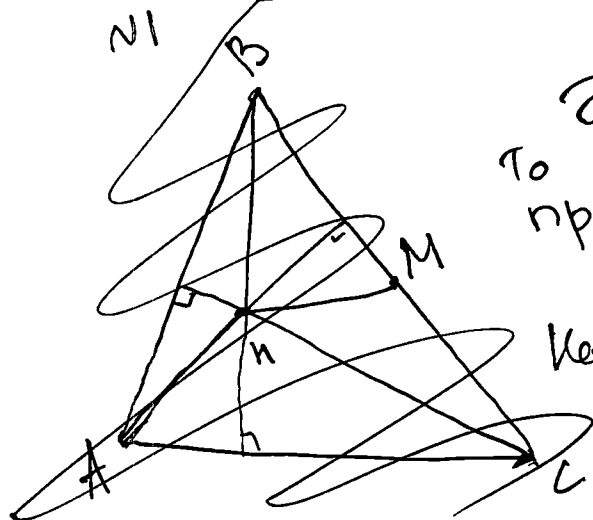
Приведем пример, ~~указав~~ на

7	8	11	9			10	12
	5						
		3					
			1				
				⊙			
					2		
14						4	13
							6

Номера в клетках - порядок, по которому проходит ферзь
⊙ - стартовая точка

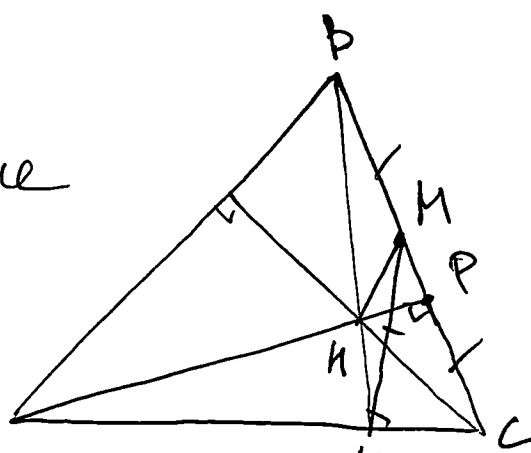
Этим примером доказано, что возможно закрасить 15 клеток

Ответ: 15 Закрашенных клеток может быть больше
Есть оценка на 14 ходов



Так как АНМВ - вписанный,
то он - выпуклый, и сумма
противоположных углов равна
 180°

Косинусно
законоу
отношение
 $\frac{BP}{PC}$



$\triangle BKE$ - прямоугольный $\Rightarrow$

BE - гипотенуза

KM - медиана гипотенузы, $\Rightarrow KM = BM = CM = \frac{BE}{2}$

$$\frac{BP}{PC} = \frac{BM + MP}{CM - MP} = \frac{BM + MP}{BM - MP}$$

$$\begin{aligned} \angle MHP &= 180^\circ - \angle AHM \\ \angle AHM &= \angle ABM \\ \Rightarrow \angle MHP &= \angle ABM \\ \angle HMP &= 180^\circ - \angle AHMB = \angle BAH \end{aligned} \Rightarrow$$

N4

Так как дана арифметическая
прогрессия, тогда $b = a + r$, $c = a + 2r$, $d = a + 3r$

$$a^2 + (a + 3r)^2 = (a + r)^3 + (a + 2r)^3$$

$$a^2 + (a + 3r)^2 = a^2 + a^2 + 6ar + 9r^2 = 2a^2 + 6ar + 9r^2$$

$$\begin{aligned} b^3 + c^3 &= b^3 + (b + r)^3 = b^3 + b^3 + 3b^2r + 3br^2 + r^3 = \\ &= 2b^3 + 3br(b + r) + r^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^3 + c^3 &= (a + r)^3 + (a + 2r)^3 = a^3 + 3a^2r + 3ar^2 + r^3 + a^3 + 6a^2r + \\ &+ 12ar^2 + 8r^3 = 2a^3 + 9a^2r + 15ar^2 + 9r^3 \end{aligned}$$

$$2a^2 + 6ar + 9r^2 = 2a^3 + 9a^2r + 15ar^2 + 9r^3$$

$$2a^2(1 - a) + 9r^2(1 - r) = 9a^2r + 15ar^2 - 6ar$$

$$2a^2(1 - a) + 9r^2(1 - r) = 3ar(3a + 5r - 2)$$

Треугольники N1

продвинутий кет

$\Rightarrow \triangle KPM \sim \triangle BAP$ по 2-м углам $\Rightarrow \angle AHB = \angle KPM = 90^\circ$
 $\frac{MP}{AH} = \frac{KP}{BH} \Rightarrow MP \cdot BH = AH \cdot KP \Rightarrow MP = \frac{AH \cdot PH}{BH}$
 Так как АНМВ - вписанный, тогда ВМ и АН - хорды $\Rightarrow$
 $\Rightarrow AP$ - секущая