ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101201466648

# Титульный лист

**Направление**

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

**Фамилия** КАНДЫБИН

**Имя** АЛЕКСЕЙ

**Отчество** МИХАЙЛОВИЧ

**Дата рождения** 27 03 2008

**Город участия** НИЖНИЙ ТАГИЛ

**Аудитория** 314

**Телефон** +79126564060

**Дата** 03 02 2025 **Подпись** Канд-

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101201466648

# Проверочный лист

## Заполняется участниками

**Направление**

- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

**Класс** [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

**Город участия** НИЖНИЙ ТАГИЛ

## Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

## Протокол проверки
## Заполняется жюри

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Балл члена жюри №1 | 20 | 0 | 0 | ~~5~~ 0 | – | | | | | |
| Балл члена жюри №2 | 20 | 0 | 10 | ~~5~~ 0 | – | | | | | |

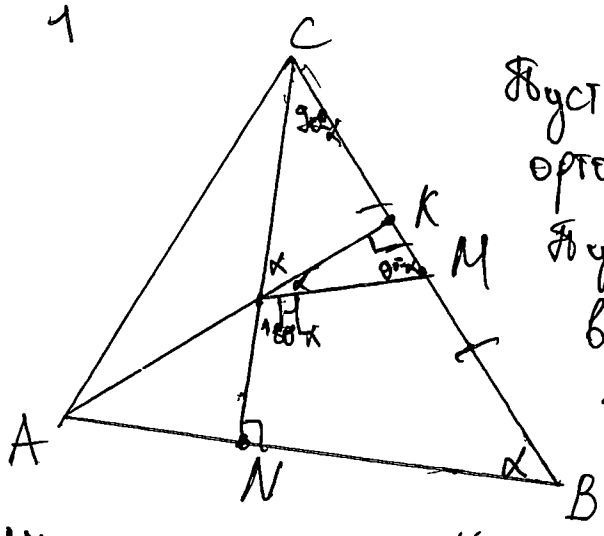
**Итоговый балл** 25

**Подпись члена жюри №1**

**Подпись члена жюри №2**

**Пример заполнения** А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1




Пусть, AK и CN - высоты, тогда H - ортоцентр $\triangle ABC$, M - середина BC. Пусть, $\angle ABC = \alpha$, тогда, т.к. AHMB - вписанный, то $\angle AHM = 180° - \alpha$, отсюда, $\angle KHN = 180° - (180° - \alpha) = \alpha$, следовательно, $\angle KMH = 90 - \alpha$ $\triangle CNB$ - прямоугольный, значит $\angle NCB = 90 - \alpha$ Заметим, что $\triangle CHM$ - равнобедренный, т.к. $\angle HCM = \angle HMC$, тогда, если HK - высота, то она и медиана и биссектриса, т.е. $CK = KM = \frac{1}{2} CM$, значит, если $CK = x$, то $KB = 3x$, следовательно, $\frac{CK}{KB} = \frac{1}{3}$

Ответ $\frac{1}{3}$.

2 Заметим, что после 5 туров у каждого остаётся по 2 варианта с кем сыграть. Давайте заметим, что если хотя бы одна пара не 6-ой тур не сложет состояться, если хотя бы одна пара не сформирована, значит она уже была в одном из предыдущих туров. У нас другое вероятностное пространство

4 Предположим, что $d \geq 3$ Мы знаем, что $0 < a < b < c < d$ Пусть, $n$ - разность прогрессии, тогда $a + 3n \geq 3$, $\frac{a}{3} + n \geq 1$ $n \geq 1 - \frac{a}{3}$, где $a \geq 0$

$a^2 + (a+3n)^2 = (a+n)^3 + (a+2n)^3$ Давайте заметим, что, если $a \geq 1$, то все числа тоже не меньше единицы, значит кубы этих чисел не меньше их квадратов, тогда, т.к. у нас правая и левая части выражены через $n$ и $a$, то правая = левой, т.к. в правой части слагаемые в кубе. Тогда, подставим $n = 1 - \frac{a}{3}$ там где числа в квадрате,

$a^2 + (a+3-a)^2 = (a+1-\frac{a}{3})^3 + (a+2-\frac{2a}{3})^3$

$a^2 + 9 = (\frac{a}{3}+2)^3 + (\frac{2a}{3}+1)^3$ $a^2 + 9 = \frac{a^3}{3} + \frac{4a^2}{3} + 6a + 9$ $\frac{a^3}{3} + \frac{a^2}{3} + 6a = 0$

$a^3 + a^2 + 18a = 0$ $a(a^2 + a + 18) = 0$

$a^2 + a + 18 = 0$ $D = 1 - 72 = -71 < 0$. Тогда, уравнение $a^3 + a^2 + 18a = 0$ имеет только корень $a = 0$, но $a > 0$ - противоречие.

4. Заметим, что расстояние по диагонали и вертикали горизонтали отличаются, т.е одна клетка по диагонали равна $\sqrt{2}$ клеток по вертикали Тогда закрашенных клеток максимум по семь (от 1 до 7) за ход по диагонали и вертикали горизонтали Тогда всего закрашенных клеток не больше чем $2(1+2+3+4+5+6+7)+1 = 52$
стартовая

Оценка
Пример
нет

ЛИНИЯ ОТРЕЗА

# Бланк ответов