



3101700063886

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия П Е Р Е Т Я Г И Н

Имя Т И М О Ф Е Й

Отчество Р О М А Н О В И Ч

Дата рождения 2 3 1 2 2 0 0 0

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория Б 3 2

Телефон 0 9 0 3 0 0 0 2 6 9 4

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101700063886

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	—	20	—	20	—					
Балл члена жюри №2	—	20	—	20	—					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N°4 $a^2 + d^2 = b^3 + c^3$

Пусть a, b, c, d — члены арифм прогрессии с шагом x

Тогда $b = a+x, c = a+2x, d = a+3x \rightarrow x = \frac{d-a}{3}$

$$a^2 + d^2 = (a+x)^3 + (a+2x)^3 = \underline{a^3} + \underline{3a^2x} + \underline{3ax^2} + \underline{x^3} + \underline{a^3} + \underline{3a^2 \cdot 2x} + \underline{3a \cdot 4x^2} + \underline{8x^3} =$$

$$= 2a^3 + 9a^2x + 15ax^2 + 9x^3 = 2a^3 + 9a^2 \frac{d-a}{3} + 15a \frac{(d-a)^2}{9} + 9 \frac{(d-a)^3}{27} =$$

$$= 2a^3 + 3a^2d - 3a^3 + \frac{5}{3}a(d^2 - 2ad + a^2) + \frac{1}{3}(d^3 - 3ad^2 + 3a^2d - a^3) =$$

$$= \underline{2a^3} - \underline{3a^3} + \underline{3a^2d} + \underline{\frac{5}{3}ad^2} - \underline{\frac{10}{3}a^2d} + \underline{\frac{5}{3}a^3} + \underline{\frac{1}{3}d^3} - \underline{ad^2} + \underline{a^2d} - \underline{\frac{1}{3}a^3} =$$

$$= a^3(2-3+\frac{5}{3}-\frac{1}{3}) + a^2d(3-\frac{10}{3}+1) + ad^2(\frac{5}{3}-1) + \frac{1}{3}d^3 =$$

$$= \frac{1}{3}a^3 + \frac{2}{3}a^2d + \frac{2}{3}ad^2 + \frac{1}{3}d^3 = a^2 + d^2$$

$$a^3 + 2a^2d + 2ad^2 + d^3 = 3a^2 + 3d^2$$

$$\underline{a^3 + 2a^2d + 2ad^2 + d^3} - \underline{3a^2 + 3d^2} = 0$$

$$(a^3 + 2a^2d - 3a^2) + (2ad^2 + d^3 - 3d^2) = 0$$

$$a^2(a+2d-3) + d^2(2a+d-3) = 0$$

$$a^2(a+2d-3) = d^2(3-2a-d)$$

$\begin{cases} a+2d-3 \geq 0 \\ 3-2a-d \geq 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} a+2d-3 < 0 \\ 3-2a-d < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a+2d-3 \geq 0 \\ 3-2a-d \geq 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} a+2d-3 < 0 \\ 3-2a-d < 0 \end{cases}$

Прогнозирование №4

$$a^2(a+2d-3) = d^2(3-2a-d)$$

$$a^2 > 0 \text{ и } d^2 > 0$$

$$\text{или } a > 0 \text{ и } d > 0$$

$$\begin{cases} a+2d-3 \geq 0 \\ 3-2a-d \geq 0 \end{cases} (1)$$

$$\begin{cases} a+2d-3 < 0 \\ 3-2a-d < 0 \end{cases} (2)$$

$$\Leftrightarrow a^2(a+2d-3) \text{ и } d^2(3-2a-d)$$

либо оба неотрицательные,
либо оба отрицательные

$$(1) \begin{cases} a+2d-3 \geq 0 \\ 3-2a-d \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \geq (3-a)/2 \\ 3-2a \geq d \end{cases}$$

$$3-2a \geq d \geq \frac{3-a}{2}$$

~~Выводим на 0,2~~
~~и $a > 0 \Rightarrow$~~

$$\Rightarrow 3-2a \geq \frac{3-a}{2} \Rightarrow 6-4a \geq 3-a \Rightarrow 3-3a \geq 0 \Rightarrow 3 \geq 3a \Rightarrow a \leq 1$$

(1) возможно при $0 < a \leq 1$ и $3-2a \geq d$ и $3-2a$ — убывающая линейная функция

$\Rightarrow 3 > d$ во всем интервале при $a=0$ $3-2a-3$ при $a=1$ $3-2a-1$

$$(2) \begin{cases} a+2d-3 < 0 \\ 3-2a-d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d < \frac{3-a}{2} \\ 3-2a < d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d < 3-a \\ 3-2a < d \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3-2a < d < \frac{3-a}{2}$$

$$3-2a < \frac{3-a}{2}$$

$$6-4a < 3-a$$

$$3-3a < 0$$

$$3 < 3a$$

$$1 < a$$

$$(2) \text{ возможно при } 1 < a$$

$$\Rightarrow d < \frac{3-a}{2}$$

при $a=1$ $\frac{3-a}{2} = 1$
при больших значениях $\frac{3-a}{2}$ меньше 1

$$d < 1 < 3$$

В любом случае $d < 3$

Доказано

$y = \frac{3-a}{2}$ — линейная убывающая функция

#

№2

Рассмотрим следующую игру

1 тур $1 \leftrightarrow 5, 2 \leftrightarrow 6, 3 \leftrightarrow 7; 4 \leftrightarrow 8$

2 тур $1 \leftrightarrow 6, 2 \leftrightarrow 7, 3 \leftrightarrow 8, 4 \leftrightarrow 5$

3 тур $1 \leftrightarrow 7, 2 \leftrightarrow 8, 3 \leftrightarrow 4, 5 \leftrightarrow 6$

4 тур $1 \leftrightarrow 8, 2 \leftrightarrow 4, 3 \leftrightarrow 5, 6 \leftrightarrow 7$

5 тур $1 \leftrightarrow 4, 2 \leftrightarrow 5, 3 \leftrightarrow 6, 7 \leftrightarrow 8$

($X \leftrightarrow Y$, X играет с Y)

Игры возможны, в этом можно убедиться в таблице

Итого

Запрещенные игры — запрещенные игры
(то есть невозможные) (*) Цифра — номер игрока

кто с кем играет

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	X			•	•	•	•	•
2		X		•	•	•	•	•
3			X	•	•	•	•	•
4	•	•	•	X	•			•
5	•	•	•	•	X	•		
6	•	•	•		•	X	•	
7	•	•	•			•	X	•
8	•	•	•	•			•	X

X — невозможные игры
(например 1 с 1, 2 с 2)

Тогда для

первого игрока возможные игры только с 2 и 3 игроками,

для второго — с 1 и 3,

для третьего — с 1 и 2

†

Если 1 будет играть со вторым, то 3-ему не с кем играть,

Если 1-ый будет играть с 3-им, то 2-ому не с кем играть
Значит 6 тур не сможет быть проведенным

Таким образом, приведем пример турнира, в котором после проведения 5 туров матч невозможен $\Rightarrow$ Ответ может быть # 2

Линия отреза

Бланк ответов

