



Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г Р О З Н Ы Х

Имя Г Л Е Б

Отчество Р У С Л А Н О В И Ч

Дата рождения 1 2 0 1 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И 5 0 3

Телефон 8 9 2 9 2 2 1 7 7 6 5

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101735443215

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс

- ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия

Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	0	0					
Балл члена жюри №2	16	0	0	6	0					

Итоговый балл 21

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

$$\sqrt{1}$$

представим число abc как $100a + 10b + c$, т.к. a, b, c - цифры

$a, b, c \leq 9$, при этом $a+b+c = c$

a, b, c - целые

$$ab + bc + ca = 6$$

$$ab^2c = a$$

Рассмотрим первое уравнение, чтобы получить сумму ~~в~~ ^в скобках на c , необходимо, чтобы a и b в сумме давали 10, запишем это условие $a + b = 10$

Теперь просто рассмотрим все пары узелов, которые в сумме дают 10

$$1) \neq a - 1$$

69

c 2

$$a + b + c + ca - 9 + 10c =$$

противоречий нет

противоречий нет

$$\overline{abc} = 199$$

$$g_c = 1 \Rightarrow c = g$$

(99-81)

(99-81)

1 + 9 + 9 = 19

$$9 + 81 + 9 = 99$$

$$991 = 81$$

9 2) a-2

$$b = g$$

$C = ?$

$16 + 10c = 8$
невозможно

невозможно

3) $a = 3$

$$6 = 7$$

C-2

2/ + DC - 7

невозможно

4) a 4

$$6 = 6$$

$$C = ?$$

24, 10c - 6

неудачно

5) $a = 5$

$$b = 5$$

22

$$25 + 10c = 5$$

взаимосвязи

$$25c = 5$$

возникли если с некими

$\left. \begin{matrix} 551 \\ 553 \\ 555 \\ 557 \\ 559 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} + \\ \text{все подходит} \end{matrix}$

6) $a = 6$

$b = 4$

$c = ?$

$24 + 10c = 4$

возможно

$24c = 6$

(44-16) возможно, если $c = 4$

644 - подходит
А еще?

7) $a = 7$

$b = 3$

$c = ?$

$21 + 10c = 3$

невозможно

9) $a = 9$

$b = 1$

$c = ?$

$9 + 10c = 1$

невозможно

8) $a = 8$

$b = 2$

$c = ?$

$16 + 10c = 2$

невозможно

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644

№2

Представим, ~~наш турнир~~ ~~наша математика~~, как граф, в вершинах которого находятся математики, а ребра которого, это связи между ними

Тогда заметим, что

по 5 ребер

в каждую вершину

будет приходить по

5 ребер, всего 20 ребер

Тогда для каждой вершины останется еще ~~математик~~

две, которые не соединены с ней ребрами, ~~и так далее~~
и так далее, таким образом, даже если

②

③

①

④

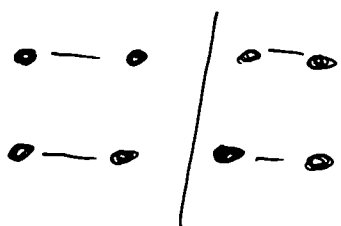
⑧

⑤

⑦

⑥

краем того, есть еще одна вершина, которой не соединена с этими двумя. Все не соединены, а оставшиеся 5 вершин были соединены с ней за 5 раундов, значит край этих двух никак не больше не могут ~~присоединиться~~ присоединиться к ней и мы получаем две четвёрки вершин, в которых они попарно не соединены, при этом каждая из вершин



одной четвёрки уже имеет ~~одну~~ общее ~~ребро~~ ребро с каждой вершиной второй четвёрки

А такая ситуация означает, что в своей четвёрке вершины ^{не могут} могут безпрерывно попарно соединяться графом на 6 раунд

Ответ нет, такая ситуация не возможна

№4

$$2^{x+y} z = 2^{x+y} (x+y+z) \text{ умножим } 2^{x+y} \text{ в левую часть}$$

$$\frac{2^{x+y}}{2^{x+y}} z = x+y+z$$

$$2^{x+y-x-y} z = x+y+z$$

При этом заметим, что ни x , ни y не могут равняться 1

И если хотя бы одно из них равно 1, автоматически $xy < x+y \Rightarrow xy \cdot x - y < 0 \Rightarrow 2^{xy-x-y} < 1$, а так

x и $y > 0$ значение в правой части становится больше чем в левой, если из правой части левую перенести z , то коэффициент перед z в левой части будет отрицательным ($z > 0$) и мы получим неравенство +

Тогда давайте рассмотрим некоторые пары чисел, такие, что бы $x \cdot y$ неизменно превышало $x+y$

1) $x=2$
 $y=2$ $2^0 z = 4 + z$
 противоречие

2) $x=3$
 $y=2$ $2^1 z = 5 + z$
 $z=5$ $2^1 z = 5 + z$
 $z=5$
 аналогично для
 $x=2$
 $y=3$
 $z=5$

3) $x=2$
 $y=4$ $2^2 z = 6 + z$
 $z=2$
 аналогично для
 $x=4$
 $y=2$
 $z=2$

4) $x=2$ +
 $y=5$ $2^3 z = 7 + z$
 $z=1$ $7 z = 7$
 $z=1$
 аналогично для
 $x=5$
 $y=2$
 $z=1$

7) $x=2$
 $y=6$ $2^4 z = 8 + z$
 $16 z = 8 + z$
 $15 z = 8$
 невозможно

5) $x=3$
 $y=3$ $2^3 z = 6 + z$
 $7 z = 6$
 противоречие

6) $x=3$ +
 $y=4$ $2^5 z = 7 + z$
 тоже невозможно

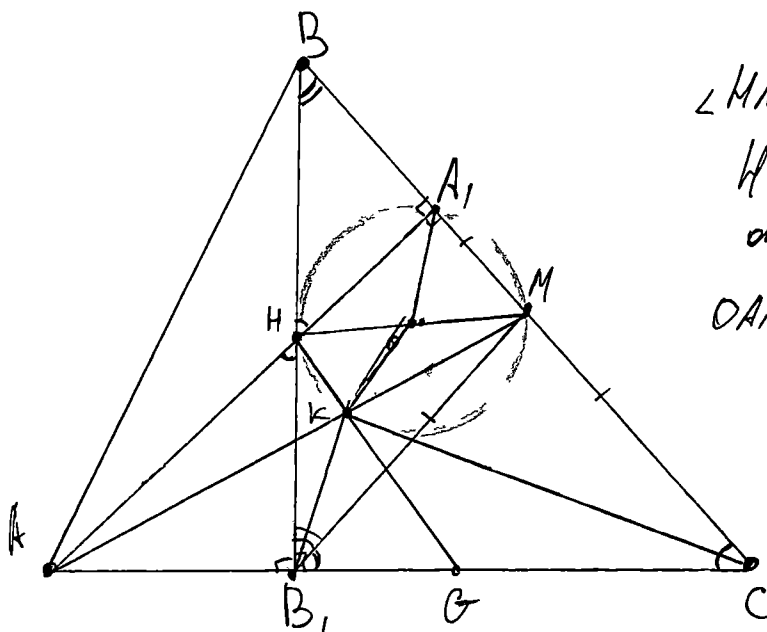
Получим образы, при дальнейшем увеличении значений x и y будет увеличиваться значение $(xy - x - y)$ при этом будет значительно увеличиваться кососрединный перегиб влево, в части, по сравнению с суммой $x + y$ вправо, что будет вызывать неравенство

$$(2^{xy-x-y} - 1)z = x + y$$

А случаи $\begin{matrix} x=2, y=5 \\ x=3, y=4 \\ x=4, y=5 \end{matrix}$

Ответ	$x=3$ $y=2$ $z=5$	$x=2$ $y=3$ $z=5$	$x=2$ $y=4$ $z=2$	$x=4$ $y=2$ $z=2$	$x=2$ $y=5$ $z=1$	$x=5$ $y=2$ $z=1$
-------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

№3



$\angle H A_1 M = 90^\circ$
 H и M диаметр
 ок-сти $\Rightarrow HM$ диаметр +
 $OH = OM = OA_1$ - радиусы
 OA_1 - радиус OA_1 - медиана
 K точка $\in$ окр-сти $\Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle HKM = 90^\circ$ (опирается на диаметр)

$\angle HKM = 180^\circ - \angle HKM = 90^\circ$
 $\Downarrow$
 $\angle AKG = \angle MKB = 90^\circ$

$\triangle AMB_1 \sim \triangle HBA$

$\left. \begin{matrix} \angle HBA = \angle H A_1 B = 90^\circ \\ \angle AHB_1 = \angle H A_1 B \end{matrix} \right\} \triangle AB_1 M \sim \triangle HBA$
 вертикаль

~~№8~~ Проведём B_1M - медиану в прямоугольном $\triangle B_1BC$
 Тогда $B_1M = BM = MC$ - радиусы описанной около B_1BC ок-сти

см

№5

В квадрате $n \times n$ n^2 -малых квадратов и $2n$
 диагоналей. То что никакие 4 центра линий
 на одной прямой означает, что квадраты не
 находятся в одной строке, столбце и диагонали

см