



1302337639316

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия Г Р Е Х О В

Имя А Л Е К С А Н Д Р

Отчество С е р г е е в и ч

Дата рождения 1 2 0 4 2 0 0 7

Город участия Е к а т е р и н б у р г

Аудитория Э 5 0 3

Телефон + 7 9 8 2 6 6 7 5 5 1 5

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е к а т е р и н б у р г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке
Время выхода с до

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

**Пример
заполнения**

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Линия отреза

Бланк ответов

Задача №1

Для начала скажем, что порядок обозначения цифр в числе не важен, т.к. все уравнения в условии симметричны. То есть если мы поменяем обозначения букв между собой то задача не изменится. Значит, без ограничений обозначений будем считать, что у нас число $\overline{abc}$. Если будем рассматривать другие варианты, то получим те же самые числа. Итак, приступим к решению.

$$a+b+c \equiv c \pmod{10}$$

$\Downarrow$

$a+b=10$ (т.к. $a+b \neq 0$, иначе число не трёхзначное и $a+b \neq 20$, т.к. a и b — цифры) ✓

~~$a+b+c \equiv a \pmod{10}$~~

$$ab+bc+ac = c(a+b) + ab = 10c + ab \equiv b \pmod{10}$$

$\Downarrow$

$$ab \equiv b \pmod{10} \quad \checkmark$$

Переберём все варианты, учитывая, что $a+b=10$

$a=1$	$b=9$	$9 \equiv 9 \pmod{10}$	✓
$a=2$	$b=8$	$16 \not\equiv 8 \pmod{10}$	
$a=3$	$b=7$	$21 \not\equiv 7 \pmod{10}$	
$a=4$	$b=6$	$24 \not\equiv 6 \pmod{10}$	
$a=5$	$b=5$	$25 \equiv 5 \pmod{10}$	✓
$a=6$	$b=4$	$24 \equiv 4 \pmod{10}$	✓
$a=7$	$b=3$	$21 \not\equiv 3 \pmod{10}$	
$a=8$	$b=2$	$16 \not\equiv 2 \pmod{10}$	
$a=9$	$b=1$	$9 \not\equiv 1 \pmod{10}$	

Итого, имеем три пары

$$a=1 \quad b=9$$

$$a=5 \quad b=5$$

$$a=6 \quad b=4$$

Найдём для них с из третьего условия:

$$abc \equiv a \pmod{10}$$

$\Downarrow$

$$9c \equiv 1 \pmod{10}$$

$\Downarrow$

$$c=9$$

$$(1, 9, 9) \quad \checkmark$$

$$25c \equiv 5 \pmod{10}$$

$$c = 1 / 3 / 5 / 7 / 9 \quad \checkmark$$

$$(5, 5, 1) \quad (5, 5, 3) \quad (5, 5, 5) \quad (5, 5, 7) \quad (5, 5, 9)$$

$$24c \equiv 6 \pmod{10}$$

$$c = 2 / 4$$

$\checkmark$

$$c = 4 / 9$$

$$(6, 4, 4) \quad (6, 4, 9)$$

Получили все числа

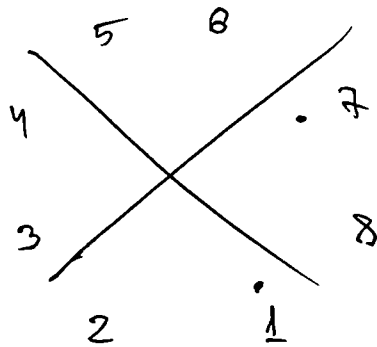
Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

Линия отреза

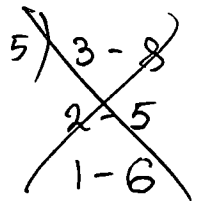
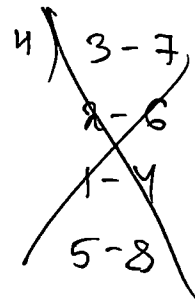
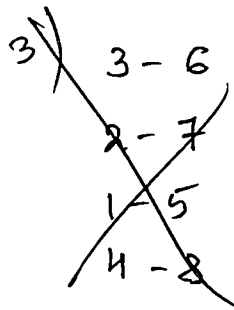
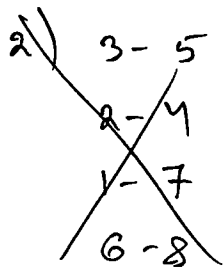
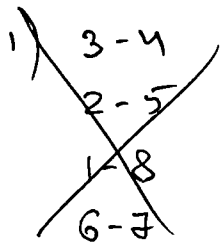
Бланк ответов

Задача № 2

Изобразить ситуацию как граф на 8 вершинах

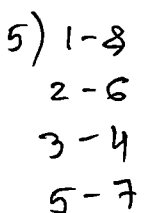
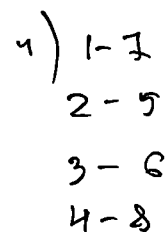
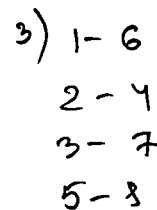
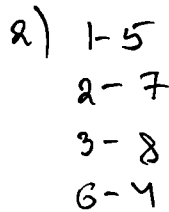
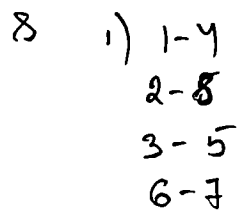
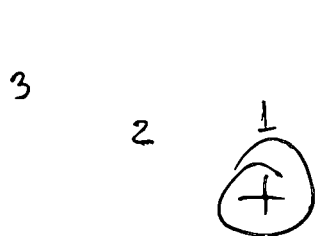


~~Сейчас я покажу как можно играть первые 5 туров, чтобы 6-ой был невозможен. X-X - обозначает невозможную пару~~



Изобразить ситуацию как граф на 8 вершинах

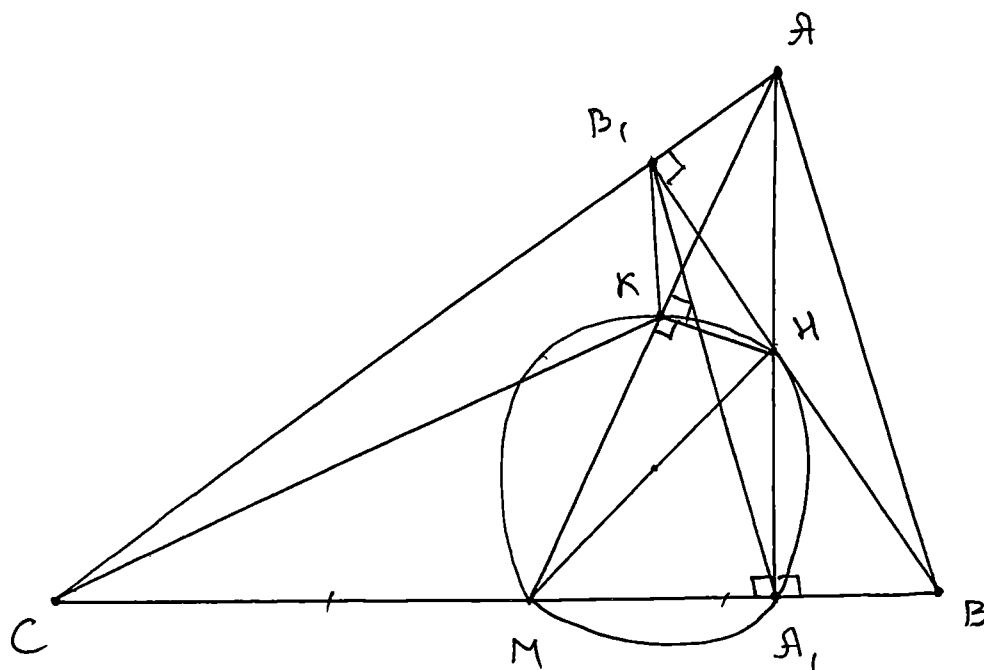
Первые 5 туров играют следующим образом



Как видите ни одна пара не повторилась больше одного раза. Но тогда, при такой игре, в 6-ом туре 1-ый шахматист может сыграть только со 2-ым и 3-им, 2-ой — только с 1-ым и 3-им, а 3-ий — только с 1-ым и 2-ым. То есть они обязаны сыграть между собой, но это невозможно в пределах одного тура, то есть кто-то один из них останется без пары на 6-ой тур, то есть его нельзя будет провести.

Ответ: да, может. Пример выше.

Задача №3



Для начала заметим, что MN - диаметр окружности, описанной около $\triangle MNA_1$, т.к. $\angle MA_1N = 90^\circ$ ✓

⇓

$\angle MKN = 90^\circ$ (т.к. опирается на MN)

⇓

$\angle AKN = 90^\circ$ (т.к. смежный с $\angle MKN$) ✓

$\triangle CMK \sim \triangle AB_1K$ — взято "с потолка"

⇓

$\angle B_1KA = \angle MKC$

⇓



$\angle B_1KN = \angle B_1KA + \angle AKN = \angle MKN + \angle MKC = \angle CKN$

⇓

KN - биссектриса

"Решение" опирается на недоказанный факт, эквивалентный самому задаче

Задача №4

$$2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z) \quad | \log_2$$

$$xy + \log_2 z = x+y + \log_2 (x+y+z)$$

$$xy - x - y = \log_2 \left(\frac{x+y}{2} + 1 \right)$$

$$2^{xy-x-y} = \frac{x+y}{2} + 1 \quad | \cdot 2$$

$$2^{(x-1)(y-1)} = \frac{2(xy)}{2} + 2$$

$\Downarrow$

$$x, y \neq 1 \quad (\text{так } 2^0 < 2 \text{ как минимум})$$

$\Downarrow$

$$x, y > 1$$

✓

$\Downarrow$

$$xy - \text{больше } x+y$$

$$xy > x+y \quad \text{при } x, y > 1 - \text{очевидно}$$

Тогда

$$2^{xy-x-y} = \frac{x+y}{2} + 1$$

идея есть,
доказательство
отсутствует

Зафиксируем z и поймём, что слева, при увеличении x или y (они симметричны так что разницы нету), левая часть будет расти гораздо быстрее правой и в какой то момент все подбираемые z станут меньше 1, то есть перестанут быть натуральными. То есть нам нужно найти пару перебирать пары (x, y) пока z не станет меньше 1

Поиск

$$(2, 2) \quad 2^1 = \frac{2(2+2)}{2} + 2 \quad (\text{не } z)$$

$$(2, 3) \quad 2^2 = \frac{2(2+3)}{2} + 2 \quad z=5$$

$$(3, 3) \quad 2^4 = \frac{2(3+3)}{2} + 2 \quad z \text{ не в } \mathbb{N} \quad \left(z = \frac{12}{n}\right)$$

$$(3, 4) \quad 2^6 = \frac{2(3+4)}{2} + 2 \quad z \text{ не в } \mathbb{N} \quad \left(z = \frac{14}{62}\right)$$

~~z =~~

Проверка

$$z = \frac{x+y}{2^{(x-1)(y-1)} - 2}, \text{ где знаменатель расчитывается}$$

через умножение

✓

с какой по переменной z становится меньше 1

~~В результате получается значение z не в $\mathbb{N}$~~

~~z~~

~~получается значение z не в $\mathbb{N}$~~

~~(2, 3, 5) и (2, 2, 5)~~

$$(2, 4) \quad 2^8 = \frac{2(2+4)}{2} + 2 \quad z=6$$

$$(2, 5) \quad 8 = \frac{2 \cdot 7}{2} + 2 \quad \times$$

$$(2, 6) \quad 16 = \frac{2 \cdot 8}{2} + 2 \quad \times$$

$$(2, 7) \quad 32 = \frac{2 \cdot 9}{2} + 2 \quad - \text{превышен}$$

Дополнительный
мат № 1

$(3, 5) \quad 2^8 = \frac{2 \cdot 8}{2} + 2$ - превысит

очевидно, что при дальнейшем
увеличении любого из x или y
сразу будет превышать значение
данного значения

и

можно остановить перебор и записать

ответ

Ответ $(2, 3; 5), (3, 2; 5), (2, 4; 6), (4, 2; 6)$

ответ неверен, не все тройки
подходят

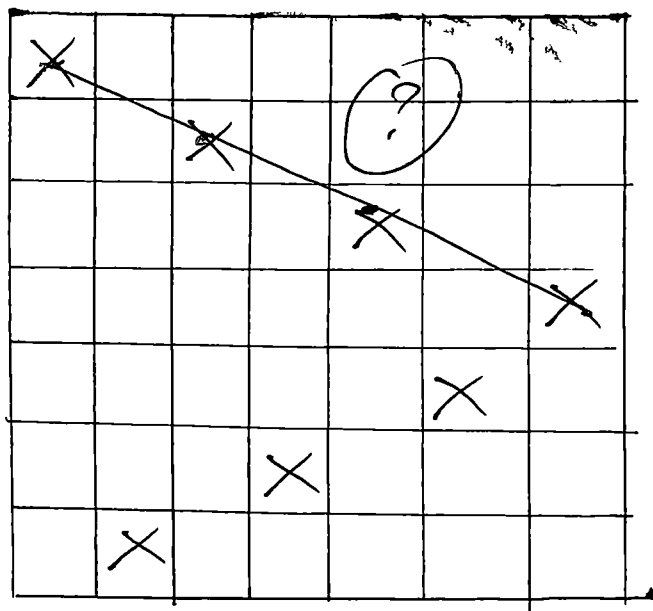
перебор не обоснован и некорректен
Задача № 5

Все просто, будем расставлять следующие

образы

$(1, 1), (2, n), (3, 2), (4, n-1)$ - просто, но
неверно

Тогда рисунок будет выглядеть так



За исключение поместим
двух, проведем прямые через
центры двух любых не бу-
дут содержать центры дру-
гих

и т.д.

