



3101081494820

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия К О Н Т Е Е В

Имя М И Х А И Л

Отчество А Л Е К С Е Е В И Ч

Дата рождения 0 2 0 9 2 0 0 7

Город участия Е К А Т Ё Р И Н Б У Р Г

Аудитория И - 5 2 1

Телефон 8 9 8 2 7 0 6 6 1 6 3

Дата 0 3 0 2 2 0 2 5

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101081494820

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____
 Время выхода с _____ до _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	—	20	—					
Балл члена жюри №2	20	0	—	¹⁴ 20	—					

Итоговый балл ~~40~~ ³⁷/₁₀

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1

заменим, что 7х числовое число трехзначное, а цифра в разряде сотен равна последней цифре числа abc то $abc \neq 0$ и не заканчивается на 0

$$abc \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \\ c \neq 0 \end{cases} \Rightarrow a, b, c > 0$$

800 пусть b a - последняя цифра $a+b+c$

тогда $\begin{cases} b+c=0 & - \text{невозможно так } b, c > 0 \\ b+c=10 & b, c \in [1, 9] \Rightarrow b+c \geq 2, b+c \leq 18 \end{cases}$

$$b+c=10 \Rightarrow 10$$

800 пусть b ~~$a+b+c$~~ b - последняя цифра

$$ab+bc+ca = a(b+c) + bc = 10a + bc$$

10a заканчивается на 0 $\Rightarrow$ последняя цифра

10a + bc и bc совп

последняя цифра bc равна b

какая цифра bc $\neq$ равна b

$$5) b=5 \quad c=1, c=3, c=5, c=7, c=9$$

$$1) b=1 \quad c=1$$

$$6) b=6 \quad c=1, c=6$$

$$2) b=2 \quad c=1, c=6$$

$$7) b=7 \quad c=1$$

$$3) b=3 \quad c=1, 6$$

$$8) b=8 \quad c=1, c=6$$

$$4) b=4 \quad c=1, 6$$

$$9) b=9 \quad c=1$$

переведем оставшиеся только те пары при которых

$$b+c=10$$

$$1) b=4, c=6 \quad 2) b=5, c=5 \quad 3) b=9, c=1$$

для каждой пары можно подобрать k так чтобы abc не
взяли a от 1 до 9, но с условием чтобы abc не
заканчивалась на 0 наименьшее с первой парой

$$1) b=4 \quad c=6$$

$$\Rightarrow \text{число}$$

$$441$$

$$a=1$$

$$a=1 \quad b=4 \quad c=6 \Rightarrow 24$$

$$a+b+c=11$$

$$ab+bc+ca=4+24+6=4$$

N1 (продолжение)

$a=2$	$abc = 48$	$\begin{array}{r} 842 \\ \hline 242 \\ \hline 642 \end{array}$
$a=3$	$abc = 72$	
$a=4$	$abc = 96$	
$a=5$	$abc = 120$	
$a=6$	$abc = 144$	$\begin{array}{r} 442 \\ \hline 842 \end{array}$ - уже было
$a=7$	$abc = 168$	242 - уже было
$a=8$	$abc = 192$	
$a=9$	$abc = 216$	642 - уже было

2) $b=5$ $c=5$

замечание, что если мы берем темные a то в темные abc входит 5 из b и c и 2 из $a \Rightarrow abc$ будет делиться на 10 $\Rightarrow abc$ нечетное число abc будет $\Rightarrow$ будет темное нечетное темное a

$a=1$	$abc = 25$	2
$a=3$	$abc = 75$	
$a=5$	$abc = 125$	
$a=7$	$abc = 175$	
$a=9$	$abc = 225$	

Для нечетных из трех пар (1) $b=4$ $c=6$ 2) $b=5$ $c=5$

3) $b=9$ $c=1$ можно подобрать такое $a \in [1, 9]$

чтобы нечетная цифра abc совпала с c

$$1) \quad b=4 \quad c=6 \quad abc = a \quad bc = a \quad 24$$

$$a \quad 24 \equiv_{10} a \quad 4 \quad a \quad 4 \equiv_{10} 6 \quad \text{при} \quad \begin{array}{l} a=4 \\ a=9 \end{array}$$

можно нечетные числа 644 и 649

2) $b=5$ $c=5$ $abc = abc = 25a$

$$25a \equiv_{10} 5 \quad \text{при} \quad a \not\equiv 2 \Rightarrow \text{возьмем}$$

$a=1$	551
$a=3$	553
$a=5$	555
$a=7$	557
$a=9$	559

№1 (прод)

3) $b = 9$ $c = 1$

и $bc = 8$ ga

$ga \equiv_{10} 1$ при $a = 9$

199 - число

Ответ 199, 551, 553, 555, 557, 559, 644, 649

№2

т.к. шахматистов было 8, а играть они могли только по 1 раз $\Rightarrow$ каждый шахматист мог сыграть не более 7 партий и после 5-го тура у каждого для каждого шахматиста осталось 2 игрока с которыми он еще не сыграл

Теперь подумаем при каком условии не получится провести 6 туров
Для этого запишем пример показывающий что в нем каких-то ситуаций все-таки возникнет
провести 6-й тур

~~В 1 туре~~

1-2
3-4
5-6
7-8

2) 1-3
2-4
5-7
6-8

3) 1-4
2-3
5-7
8-5

4) 1-5
2-6
3-7
4-8

5) 1-6
2-5
3-8
4-7

6) 1-7
2-8
3-5
4-6

№2 (прод)

лист №4

* ~~Задание~~ До

то 6-й тур нельзя будет провести если после 5 туров 2-игрока с которыми не играли данные игроки будут совпадать как минимум у 3 игроков, но тогда для этих двух игроков они не сыграли с как минимум 3 игроками что невозможно
после 5 туров $\Rightarrow$ "неиграющие" игроки могут совпадать не больше чем у двух игроков, а для такого случая возможно провести 6-й тур

Ответ неверный

№4 $2^{xy} z = 2^{x+y} (x+y+z)$ $x, y, z \in \mathbb{N} \Rightarrow z < x+y+z$
 $\Rightarrow xy$ должно быть больше $x+y$ ($2^{xy} > 2^{x+y}$)
 $\Rightarrow x, y > 1$, иначе $x=2, y=2$ тоже не подх $\checkmark$

$$\frac{2^{xy}}{2^{x+y}} = \frac{x+y+z}{z} = 2^{xy-x-y} = 2^{x(y-1)-y} = 2^{(x-1)(y-1)-1} =$$

$$= \frac{x+y+z}{z} + 1 \Leftrightarrow 2^{(x-1)(y-1)} = \frac{2x+2y}{z} + 2$$

$$\frac{2x+2y}{z} + 2 \leq 2x+2y+2$$

рассм $2^{(x-1)(y-1)} = \frac{2x+2y}{z} + 2$ ~~не~~

$x=2, y=3$ $2^2 = \frac{4+6}{z} + 2$ при $z=5$ верно

$x=3, y=3$ $2^4 = \frac{12}{z} + 2$ нет реш

$x=2, y=4$ $2^4 = \frac{4+10}{z} + 2$ $z=1$ верно

$x=2, y=6$ $2^5 = 32 = \frac{4+12}{z} + 2$ нет реш

замечим, что при увеличении y на 1 (для x аналогично) левая часть увеличивается в $2^{(x-1)}$ раз, а ~~не~~ правая на $\frac{2(y+1)}{z} - \frac{2y}{z} = \frac{2}{z} \leq 2$

$\Rightarrow$ правая часть увеличивается не быстрее чем на 1, а левая как минимум в 2 раза
Также заметим, что если подх тройка (x, y, z)
то тройка (y, x, z)
тоже подх

при $x=2, y=2$

$$2^1 = 2 \quad \frac{2 \cdot 2 + 2}{2} + 2 = \frac{4}{2} + 2$$

$(2, 3)$ и $(3, 2)$

$$2^2 = 4 \quad \frac{10}{2} + 2$$

$\Rightarrow$ тройки

$(2, 3, 5)$ ✓
 $(3, 2, 5)$

$(3, 3)$ не как мы знаем не подх

так $n \cdot 2^2 > n + \frac{2}{2}$

при наших x, y $2x + 2y + 2 \geq 2^{(x-1)(y-1)}$

$$2^7 = 128 \quad \Rightarrow \quad 2x + 2y + 2 = 22 + 16 + 2 = 40$$

различия чисел x и y не превосходят 1 и оптимально
смысл в том, что $1 + n$ максимальное
возможное значение

проверим $2^6 = 64$ $2x + 2y + 2 = 4 + 12 + 2 = 18$

$$2^5 = 32 \quad 2x + 2y + 2 = 4 + 12 + 2 = 18$$

$$2^4 = 16 \quad 4 + 10 + 2 = 16$$

для 2^4 подх прием можно при $(x-1) \cdot (y-1) = 15$

$\Rightarrow$ подх реш $(1, 5, 1)$ и $(5, 1, 1)$

для 2^3 ~~$x+y=2$ и $x+y=2$~~ подх $(2, 4)$ и $(4, 2)$

$$2^3 = 8 \quad ? \quad \frac{2 \cdot 2 + 4 \cdot 2}{2} + 2 = \frac{12}{2} + 2 \quad z \geq 2 \text{ подх}$$

$\Rightarrow$ есть реш $(2, 4, 2)$ и $(4, 2, 2)$

2^2 нет реш так $x=2, y=2$ не подх

добавим
указать
в ответе

дуга $n6$

$n4$ (ураг)

Омбем $(\overset{2}{1}, 5, 1)$, $(5, \overset{2}{1}, 1)$
 $(2, 4, 2)$, $(4, 2, 2)$

+

$n5$