



1302286544547

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия Д В О Р Я Ш И Н

Имя А Л Е К С Е Й

Отчество П А В Л О В И Ч

Дата рождения 3 0 0 1 2 0 0 9

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Аудитория 2 5 9

Телефон 7 9 1 2 0 9 7 2 7 6 7

Дата 0 3 0 2 2 0 2 0

Подпись

Д.В. Доржанин

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



1302286544547

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

Время выхода с _____ до _____

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	0	0					
Балл члена жюри №2	—	20	20	0	0					

Итоговый балл 40

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N⁰₃

$$a + \frac{a^2}{b} + \frac{a^2}{a+b} = 5$$

Умножим все на $\frac{a+b}{a^2}$ $\frac{a^2}{b} \frac{(a+b)}{a^2}$

$$\frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b} + 1 = \frac{5(a+b)}{a^2}$$

~~$$(a+b)b + (a+b)a + (a+b)a + ab$$~~

$$\frac{(a+b)b + (a+b)a}{ab} + 1 = \frac{5(a+b)}{a^2}$$

$$\frac{(a+b)^2}{ab} + 1 = \frac{5(a+b)}{a^2}$$

Найдём минимальное значение $\frac{(a+b)^2}{ab} +$

~~$$\frac{(a+b)^2}{ab} \geq t$$~~

~~$$(a+b)^2 \geq abt$$~~

~~$$a^2 + ab(2-t) + b^2 \geq 0$$~~

Докажем, что $\frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4$ +

$$\frac{a^2+b^2}{ab} + \frac{2ab}{ab} \geq 4$$

$$\frac{a^2+b^2}{ab} \geq 2$$

+

~~$$(a+b)a^2 + b^2 \geq 2ab$$~~

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$(a-b)^2 \geq 0 \text{ это правда} \Rightarrow \frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4$$

Линия отреза

$$\frac{(a+b)^2}{ab} + 1 = \frac{5(a+b)}{a^2}$$

~~откуда~~
 $4 + 1 = \frac{5(a+b)}{a^2}$

$$5 = \frac{5(a+b)}{a^2}$$

$$\frac{a+b}{a^2} = 1 \Rightarrow \text{ищ значение } \frac{a+b}{a^2} = 1$$

Ответ: 1

+

N^o 2

Пусть a — самое меньшее число из данных 2025 последовательных.

Сумма всех чисел данной последовательности в десятичной записи оканчивается на 7, т.к. сумма чисел первой группы оканчивается на 3, сумма чисел второй группы оканчивается на 4, $3+4=7$.

~~Из школьного курса алгебры известно, что~~
Сумма чисел ^{данной} последовательности ^{формула} равна $\frac{(a + a + 2024) \cdot 2025}{2} = (a + 1012) \cdot 2025$ (сумма арифметической прогрессии, берем чисел дело с ариф. прогрессией, каждое следующее число на 1 больше предыдущего). Значит, сумма данных чисел делится на 5 (т.к. 2025 делится на 5). Но мы также выяснили, что оно 2

стр 5

чтобы у каждой вершины получившегося графа степень была равна 6. Очевидно, что $n=3$ подходит — имея 6 вершин, мы не сможем сделать в рамках турнира так, чтобы степень хоть какой-то вершины была равна 6.

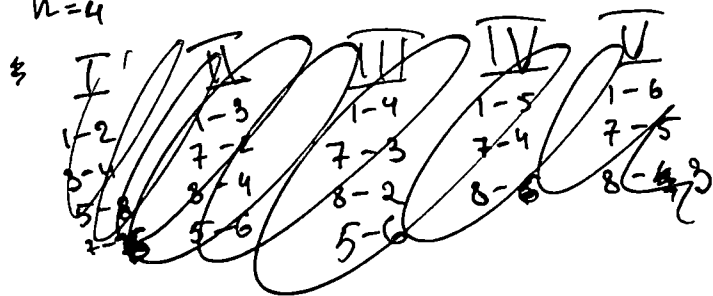
Допустим, при $n=4$ и более получилось так, что шестой тур провести нельзя. Так как каждый сыгран ^{после пятого} с пятью шахматистами, то он не сыгран по крайней мере

с $2n-5 = 2 \cdot 4 - 5 - 1 = 2$ шахматистами. Ну тогда очевидно можно ~~создать~~ ^{всегда?} организовать шестой тур, чтобы степень каждой вершины в графе после шестого тура была равна 6.

Почему сомнение нельзя?

①

$n=4$



Ответ. $n=3$

оканчивается на 7. Очевидно, что если число оканчивается на 7, то оно не может делиться на 5. Значит, таких 2025 последовательных чисел не существует

Ответ: не существует

№ 4

№ 5

король может стоять на белой клетке и сказать любое число, кроме кол-ва королей, стоящих под его обем

Ответ: бесконечно большое число

№ 4

Переведём все в графы пусть реберчатая будут обозначаться ^{шахматисты} ~~команды~~, а ребра - если ^{шахматисты} ~~два команды~~ сыграли. Значит, ~~степень~~ Представим, что шестой тур был проведен, но без участия некоторых команд, причём этот тур был проведен так, чтобы наибольшее кол-во команд в нём сыграли, и включив в игры этого тура в граф. Тогда каждая ^{шахматисты} ~~команда~~ имеет степень не меньше 5, т.к. каждая команда сыграла не менее 5 раз.

см стр 4 на
→ обороте

Страница 4

Так же ~~каждо~~ кол-во вершин со степенью ≤ 5 не
~~бы~~ более 5, тк если их 6 и более, то это значит,
что среди этих 6 и более вершин будут хотя бы две
такие, которые ещё не играли (тк степень этих ~~степеней~~
каждой из этих ~~5~~ вер 6 и более вершин $= 5$) Но
мы условились, что игры будут проводиться так, чтобы
как можно больше ~~каждой~~ ^{шахматистов} сыграно в шестом туре.
Значит, кол-во вершин со степенью 5 не более 5.
Тогда кол-во вершин со степенью 6 чётно,
тк до шестого тура степени всех вершин были
равны 5, а во время шестого тура (мы условились,
что его провели) обязательно образовался ~~сыграно~~
чётное кол-во шахматистов $\Rightarrow$ кол-во ~~таких~~ вершин со
степенью 6 чётно $\neq$ тогда кол-во вершин со степенью
5 чётно, тк всего вер кол-во вершин чётно (20).
Значит, кол-во вершин со степенью 5 ~~не~~ может быть
либо 2, либо 4.

Рассмотрим вершину A со степенью 5. Мы можем
считать, что вершина A

$N^{\circ} 4$

Переведём все в графе Пусть Вершинами будут
шахматисты, а ребра — игры, сыгранной между
шахматистами. Тогда мы можем сказать, что имея 20
вершин, мы не можем сделать ~~то~~ организовать турнир
так,

стр 5