ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101696338976

Титульный лист

Направление
- ☐ анализ данных
- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ВАРАВА

Имя ИВАН

Отчество КОНСТАНТИНОВИЧ

Дата рождения 05 02 2007

Город участия ТЮМЕНЬ

Аудитория 316

Телефон 89252884426

Дата 03 02 2025 **Подпись**

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101696338976

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] анализ данных
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия ТЮМЕНЬ

Заполняется организаторами

Количество доп листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

до

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	—	—	0					
Балл члена жюри №2	20	20	-	-	0					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание №1

Из условия получаем

$$\begin{cases} a+b+c \equiv c \pmod{10} & (1) \\ ab+bc+ca \equiv b \pmod{10} & (2) \\ abc \equiv a \pmod{10} & (3) \end{cases}$$

Без ограничения общности, будем считать, что число имеет вид $\overline{abc}$, в противном случае – поменяем переменные местами

Так как a, b, c - цифры ~~$a+b\le 9+9=18$~~

$0 \le a \le 9$

$0 \le b \le 9$

$0 \le c \le 9$

1) $a+b+c \equiv c \pmod{10}$

$a+b \equiv 0 \pmod{10}$

тк $a+b \le 9+9=18$ и $a \ne 0, b \ne 0$

$a+b=10$

2) $ab+bc+ca \equiv b \pmod{10}$

$c(a+b) \equiv b-ab \pmod{10}$

$c \; 10 \equiv b-ab \pmod{10}$

$0 \equiv b-ab \pmod{10}$

Заметим, что $a \ne 0$, ведь тогда число ~~__~~ было бы двухзначным

Если $b=0$, то

$a+0+c \equiv c \pmod{10}$, но $a \le 9$. Значит $b \ne 0$

$a+c \equiv c \pmod{10}$

$\Rightarrow a=0$ (недопустимо)

Переберем допустимые значения

тк $a+b=10$, нам подходят лишь ограниченное кол-во наборов цифр, дающие в сумме 10

1) $a=1$, $b=9$

$b-ab \equiv 0 \pmod{10}$

$9-9=0$, выполняется

$abc \equiv a \pmod{10}$

$9c \equiv 1 \pmod{10}$

$c=9$

2) $a=2$, $b=8$

$8-2\,8 \equiv -8 \pmod{10}$

не подходит

3) $a-3$, $b-7$

$7-3\,7 \equiv -14 \pmod{10}$

не подходит

4) $a=4$, $b=6$

$6-4\,6 \equiv -18 \pmod{10}$

не подходит

5) $a=5=b$

$5-5\,5 \equiv -20 \pmod{10}$

$-20 \equiv 0 \pmod{10}$

подходит

$5\,5c \equiv 5 \pmod{10}$

$25c \equiv 5 \pmod{10}$

$c \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$

6) $a=6$, $b=4$

$4-6\,4 \equiv -20 \pmod{10}$

подходит

$6\,4\,c \equiv 6 \pmod{10}$

$24c \equiv 6 \pmod{10}$

$c=9$ или $c\;4$

7) $a=7$, $b\;3$

$3-7\,3 \equiv -18 \pmod{10}$

не подходит

8) $a=8$, $b-2$ 9) $a=9$, $b-1$

$2-8\,2 \equiv -14 \pmod{10}$ не подходит $1-9\,1 \equiv -8 \pmod{10}$ не подходит

Ответ Числа 199, 551, 553, 555, 557, 559, 649, 644

Задание № 2

Ответ Да, может так случиться

Приведу пример ~~...~~ Обозначим шахматистов буквами английского алфавита A, B, C, D, E, F, G, H, всего 8 шахматистов

I Тур	II Тур	III Тур	IV Тур	V Тур
A − D	A − E	A − F	A − G	A − H
B − E	B − F	B − G	B − H	B − D
C − F	C − G	C − H	C − D	C − E
G − H	H − D	D − E	E − F	F − G

Заметим, что каждый из шахматистов A, B и C уже сыграл по партии с каждым из шахматистов D, E, F, G и H. Значит в шестом туре они могут играть только между собой ~~Но это невозможно~~ A либо с B, либо с C, B либо с A, либо с C, C либо с A, либо с B. Но, ~~невозможно~~ так как в партии могут участвовать только два шахматиста — один из A, B, C останется без пары и не может ни с кем сыграть. Шестой тур провести ~~не возможно~~ невозможно

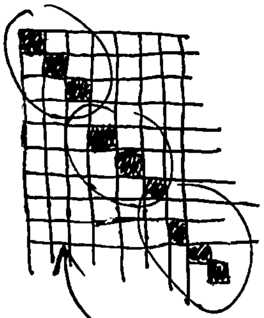
т к с D, E, F, G, H уже играл в первых 5 турах, а с двумя из A, B, C сыграть не может, потому что они играют в паре в шестом туре

Бланк ответов

Задача ~~Уа~~ №5

~~Пусть Вася Вася б~~ Стратегия Вити (пример)

Начиная от верхнего левого угла ~~Вася будет~~ будем выбирать по 3 квадрата, лежащих на одной диагонали, затем делать отступ вниз на один квадрат и повторять операцию.



~~Заполняя доску~~ Выбирая квадраты таким образом, мы, без нарушения, правил рано или поздно "упремся" в нижнюю грань доски (потому что делаем ~~4~~ 3 шага вправа и 4 шага вниз, а доска по условию, квадратная)

если таких групп будет хотя бы 4, то условие нарушится

Справа останется столько свободных столбцов, сколько раз мы делали "шаг" вниз То есть a столбцов, [illegible], такое, что $n = 3a + r$ ~~[illegible]~~ r остаток от деления n на 3 Причем кол-во свободных столбцов равно кол-ву ~~строк (свободных от выбр~~ свободных строк

Также заметим, что до сих пор мы не ~~ставили~~ ~~[illegible]~~ выбирали больше одного квадрата на диагоналях, направленные слева снизу и вправа вверх (↗)

Таким образом мы сможем выбрать еще квадраты на пересечениях свободных строк и свободных столбцов (их поровну) так, чтобы на каждой диагонали (↗) лежало не более двух квадратов ~~Между собой выбранные нами квадраты не будут лежать ни на каких диагоналях, если~~

Выбирать их будем таким образом сначала пересечение самой нижней свободной ~~д~~ строки и самого правого свободного столбца, затем предпоследней строки снизу и предпоследнего

3

столбца справа и так далее

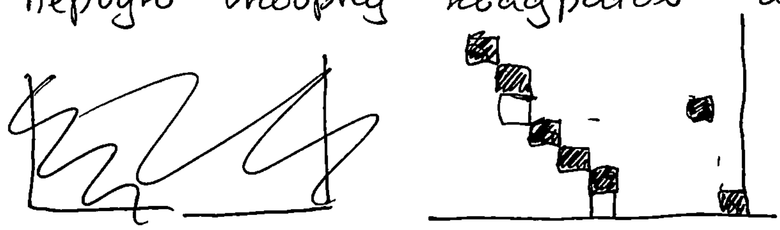
Так делается для того, чтобы выбранные ~~в~~ квадраты лежали по другую сторону от основной диагонали доски (~~[illegible]~~ от левого верхнего квадрата до правого нижнего) и не на ней, чтобы никак не могли находиться на тех же диагоналях (↕), что и выбранные в начале квадраты

~~Между собой выбранные в конце квадраты не находятся на [illegible]~~ Никакие два выбранных в конце квадрата не находятся на одной диагонали, т к выбираются по правилу: 1 шаг влево, 4 шага вверх

Таким образом на каждом столбце выбрано по одному квадрату. Столбцов n, значит выбрано n квадратов

ч т д

дополнительно следует рассмотреть вариант, если первую выборку квадратов мы закончили ~~шагом вниз~~ отступом вниз



то есть если n 4

Принципа заполнения это не меняет, просто выбранным окажется самый нижний правый квадрат
