



3101487958239

Титульный лист

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЕМЕЛЬЯНОВ

Имя ЕВГЕНИЙ

Отчество НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 03 03 2009

Город участия КРАСНОЯРСК

Аудитория 1 - 17

Телефон 89029611614

Дата 03 02 2025

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



3101487958239

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ анализ данных ☐ информатика ☐ история
☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык
☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с

14 42 до 14 45

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	18	20	—	—	0					
Балл члена жюри №2	18	20	—	—	0					

Итоговый балл 38

Подпись
члена жюри №1

Подпись
члена жюри №2

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

2

1

2

Бланк ответов

Задача 1

Пойдём по порядку
1 Пусть $a=1$

$\overline{ab}=10$ означает, что $a=1, b=0$

$$\overline{1bc} \Rightarrow c=1+b+c \pmod{10} \Rightarrow b=9 \quad (a, b, c \geq 0)$$

$\overline{19c}$

$$1 = (19c) \pmod{10}$$

$$(19c) \pmod{10} = x \pmod{1}$$

$$9c = 10x + 1$$

Единственная цифра ($\in \mathbb{N}$), дающая при умножении на 9 на конце 1 — цифра 9 ($10x+1=91 \Rightarrow$ Единственное число при $a=1$, удовлетворяющее условию — 199 ($ab+bc+ca=9+9+81=99 \Rightarrow b=9$)) ✓

2 Пусть $a=2$ ~~сказать~~ ~~мы уже можем сказать~~, что $a+b=10$

$$\Downarrow \\ b=8$$

$$abc = 16c$$

$$16c - x + 2 \quad (x - \text{некое натуральное число})$$

(x делится на 10 без остатка)

Проверка 1 число 282

2 число 287

Итого чисел ($a=2$) нет

$$\begin{aligned} & \text{Так } a \neq 0 \text{ и } (a+b)+c = \overline{yc}, \text{ где } y - \text{некая цифра} \\ & b \neq 0 \\ & c \neq 0 \\ & y - 1 \leq a+b \leq 18 \quad (y \neq 0, \text{ так } a \neq 0, b \neq 0) \\ & \Downarrow \\ & a+b=10 \end{aligned}$$

$$16 \ 1 \ 16$$

$$16 \ 2 \ 32$$

$$16 \ 3 \ 48$$

$$16 \ 4 \ 64$$

$$16 \ 5 \ 80$$

$$16 \ 6 \ 96$$

$$16 \ 7 \ 112$$

$$16 \ 8 \ 128$$

$$16 \ 9 \ 144$$

$$\Rightarrow c=2$$

$$c=7$$

$$3 \ a=3 \Rightarrow b=7$$

$$\overline{abc} = \overline{37c}$$

$$abc = 21c$$

$21c = x + 3$ (x — некое натуральное число, делящееся на 10 без остатка)

$$21(1-21) + 1 (\text{единица})$$

$$21 \ 2 = 42$$

$$21 \ 3 = 63$$

$$4 = 84$$

$$5 = 105$$

$$6 = 126$$

$$7 = 147$$

$$8 = 168$$

$$9 = 189$$

$$10 = 210$$

$$11 = 231$$

$$12 = 252$$

$$13 = 273$$

$$14 = 294$$

$$15 = 315$$

$\Rightarrow c=3$ Проверка число 373

$$ab+bc+ba = 21+21+9=51 \quad 1 \neq 3 \Rightarrow c \neq 3$$

Итого чисел ($a=3$) нет

$$4 \ a=4 \Rightarrow b=6$$

$$\overline{abc} = \overline{46c}$$

$$abc = 24c$$

$24c = x + 3$ (x — некое $\in \mathbb{N}$ число, делящееся нацело на 10) $\Rightarrow (x+3)$ дел на 24 без ост

Числа, делящиеся на 24, оканчиваются на 0, 2, 4, 6 и 8 $\Rightarrow c$ не существует

Итого чисел ($a=4$) нет

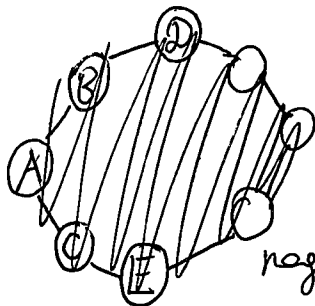
Задание 2

Каждый шахматист не сыграл с 2 оппонентами

(8 шахматистов — он сам, 5 игроков, с которыми сыграл, и 2 оставшихся) Тогда от каждого шахматиста выходит 2 линии на графе (линия — несыгранная партия) Всего линий $\frac{8 \cdot 2}{2} = 8$

(т.к. одна линия между двумя шахматистами)

~~Так, А не сыграл с В и С
В не сыграл с А и D
С не сыграл с А и E~~

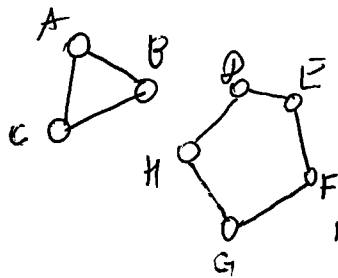


~~В фигуре образования замкнутых фигур
оказывается, что образуется нечетное количество
8-угольников (остальные фигуры подразделяются,
что их несколько, и они измерены)~~

Наличие двух линий от одной точки (каждой) подразумевает замкнутость (иначе выходит, что

один как бы сыграл больше партий, чем туров $\Rightarrow$ противоречие)

Чтобы 6 туров было невозможно, пусть, чтобы было измерено ~~было~~
хотя бы один n -угольник (n не делится на 2) Выходит



Каждый из сыграл 5 партий (точки
треугольника сыграл 5 партий с точками

5-угольника, точки 5-угольника сыграли по

3 партии с точками 3-угольника, а также

по 2 партии с точками напротив. Так, D сыграл с

A, B, C, а также с G и F (точками, не соединённым напрямую с D)

Как можно продолжить

A-H	B-H	A-D	E-H	E-G
B-E	A-E	C-E	A-G	A-F
C-F	D-F	H-F	C-D	C-H
D-G	E-D	B-G	B-F	D-D

$\Rightarrow$ они не могут сыграть между собой. Шестой тур невозможен

Ответ да, может

+

Бланк ответов

(продолжение задания 1)

$$5 \ a=5 \Rightarrow b=5 \quad \overline{abc} = \overline{55c}$$

$$abc = 25c \neq 5 = x+5 \quad (x - \mathbb{N} \text{ число, делящееся на 10 нулем)}$$

~~$$25 \cdot 5 = 5(0000) \Rightarrow c \text{ — любая цифра (кроме 0 по определению), введенная ранее}$$~~

$$0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9$$

$$\overline{ab+bc+ca} = 25+5c+5c = 25+10c \Rightarrow c=5,0$$

числа, делящиеся на 5, оканчиваются на 5 и 0 $\Rightarrow c=1,3,5,7,9$ (При $a=5$) число — 555

$\left\{ \begin{array}{l} c \neq 0 \text{ по} \\ \text{введенному} \\ \text{ранее} \end{array} \right.$ ~~уверждению~~

$$6 \ a=6 \Rightarrow b=4 \quad \overline{abc} = \overline{64c} \quad abc = 24c$$

не проверим $c=1,3,7,9$ $\checkmark$
 $c=5$

~~$$4 \cdot 6 = 24 \Rightarrow \text{из } a, b \text{ следует, что}$$~~

$$24c = x+6$$

$$24 \ 1-24$$

$$24 \ 2=48) +4 \text{ (в разряд единиц)}$$

$$3=2$$

$$4=6$$

$$5=0$$

$$6=4$$

$$7=8$$

$$8=2$$

$$9=6$$

$$\Rightarrow c=4$$

$$c=9$$

Проверка число 644

$$ab+bc+ca \ 24+16+24=64$$

$$4=4 \Rightarrow c=4$$

число 649

$$ab+bc+ca \ 24+36+54=114$$

$$4=4 \Rightarrow c=4$$

При $a=6$ числа — 644, 649

$$7 \ a=7 \Rightarrow b=3 \quad \overline{abc} = \overline{73c} \quad abc = 21c$$

$$21c = x+7 \quad (x - \mathbb{N} \text{ число, дел на 10 нулем)}$$

$$21 \ 1=1) +1 \text{ (в разр единиц)}$$

$$2=2$$

$$3=3$$

$$7=7) \Rightarrow c=7$$

Проверка число 737

$$ab+bc+ca \ 21+21+49=91 \ 1 \neq 7$$

При $a \neq 7$ чисел нет

$$8 \ a=8 \Rightarrow b=2 \quad \overline{abc} = \overline{82c} \quad abc = 16c$$

$$16c = x+8 \quad (x - \mathbb{N} \text{ число, дел на 10 нулем)}$$

$$1=6) +6 \text{ (в разр единиц)}$$

$$2=2$$

$$3=8$$

$$4=4$$

$$5=0$$

$$6=6$$

$$7=2$$

$$8=8$$

$$9=4$$

$$\Rightarrow c=3$$

$$c=8$$

Проверка

число 823

$$ab+bc+ca = 16+6+24=46$$

$$6 \neq 3 \Rightarrow c \neq 3$$

число 828

$$ab+bc+ca = 16+16+64=96$$

$$6 \neq 8 \Rightarrow c \neq 8$$

При $a=8$ чисел нет

$$9 \ a=9 \Rightarrow b=1 \quad \overline{abc} = \overline{91c} \quad abc = 9c$$

$$9c = x+9 \quad (x - \mathbb{N} \text{ число, дел на 10 нулем)}$$

$$\checkmark$$

$$c=1$$

Проверка 911

$$ab+bc+ca = 9+1+9=19$$

$$9 \neq 1 \Rightarrow \text{При } a=9$$

чисел нет

Ответ числа — 199, 555, 644, 649

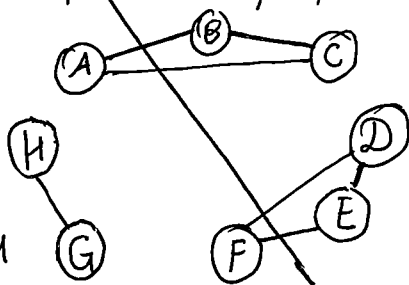
Потеряны ответы

Задача 2

Условие невозможности нет возможности собрать 4 пары не игравших между собой шахматистов

У каждого шахматиста после 5 тура остается два ~~противника~~ партнера, с которыми он не сыграл (8 шахматистов — это он сам, 5, с которыми он сыграл, и оставшиеся два)

Построим граф, обозначающий вероятных соперников



Пусть A не сыграл с B, а B — с C

Также D не сыграл с E, а E — с F
A G не сыграл с H

Замкнем графы ABC и DEF Тогда у каждого есть два противника, с которыми

они не сыграли (G и H — исключение, они и сыграют друг с другом)

Однако у G и H лишь друг к другу, но они не сыграли с двумя соперниками каждой. А провести к другим лишь нельзя — трех ($2+1=3$) ~~на~~ невыигранных партий быть также не может. Противоречие.

~~Однако проверка возможности в таком случае и 5 тура~~

Однако заметим A играет с D, E, F, G и H (как B и C)

D играет с A, B, E, G и H (как E и F)

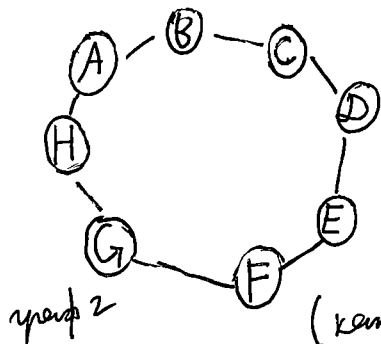
Однако тогда G и H какими-то образом

сыграли в 5 туре с 6 шахматистами (это противоречит условию).
Т.е. кому-то из A, B, C, D, E, F придется сыграть в 5 туре не с G/H, а с шахматистом из своего треугольника (либо A — с B/E, либо D — с E/F). Допустим, что это A — с C (разницы нет). Тогда

(пусть C не сыграл тогда с D),

выходит, что D сыграл с F, а тот не сыграл с G (A не сыграл с другим из пары G/H, т.е. H)

Выходит (граф 2)



Невозможность создания замкнутого цикла (как на графе 1) доказана

Бланк ответов

Задача 5

Во-первых исходя из свойств, $n \geq 4$

Во-вторых квадраты не находятся на одной и той же горизонтали и вертикали с любыми другими (речь про выбранные витки)

Существенных продвижений нет

